

УДК 531.3

ВЛИЯНИЕ МЕСТНЫХ КОНТАКТНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ “БОЕК-ИНСТРУМЕНТ-ПЛАСТИНА”

В.Э. Еремьянц, В.В. Ню

Рассмотрена модель ударной системы с бойком и инструментом равной ударной жесткости, учитывающая местные контактные деформации. Найдены безразмерные соотношения, определяющие характер ударных процессов, протекающих в системе. Достоверность полученных результатов подтверждена экспериментом.

Ключевые слова: боек; инструмент; пластина; удар; волны деформации.

THE INFLUENCE OF LOCAL CONTACT DEFORMATIONS ON WAVE PROCESSES IN THE SYSTEM “STRIKER-TOOL-PLATE”

V.E. Eremjants, V.V. Niu

The model of the impact system with equal impact rigidity of the striker and the tool with taking into account local contact deformations is considered. Dimensionless coefficients that allow determining character of impact processes in the system are defined. Reliability of the results is corroborated with experiments.

Key words: striker; tool; plate; impact; strain waves.

В виброударных машинах для очистки внутренних поверхностей труб большого диаметра, приемных бункеров и различных емкостей ударная система состоит из бойка 1 (рисунок 1), наносящего удар по инструменту 2, опирающемуся на обрабатываемый объект 3. При ударе в инструменте генерируется продольная волна деформации, которая, воздействуя на внешнюю поверхность обрабатываемого объекта, приводит к её колебаниям и разрушению слоя отложений 4 на внутренней поверхности объекта.

Для обоснованного выбора рациональных геометрических параметров элементов ударной системы необходимо знать их влияние на напряженное состояние элементов и эффективность передачи энергии удара в обрабатываемый объект. Ранее рассматривались системы, в которых боек представлял собой жесткое тело с податливой сферической ударной поверхностью [1], и системы, в которых боек имел вид упругого стержня с плоским ударным торцом [2–4]. Первая схема характерна для кривошипно-коромысловых и пневматических виброударных машин, а вторая – для гидравлических виброударных машин.

Практика показывает, что и в гидравлических виброударных машинах из-за непараллельности

ударных торцов бойка и инструмента, а также из-за нарушения формы торцов, появляются местные контактные деформации. В связи с этим была поставлена задача оценки влияния местных деформаций в контакте бойка и инструмента на волновые процессы, протекающие в ударной системе.

При решении задачи расчетная схема имела вид, показанный на рисунке 1. На основании предшествующих работ [3, 4] было принято, что боек и инструмент имеют одинаковые площади поперечного сечения, а, следовательно, и ударные жесткости. В этом случае обеспечиваются минимальные напряжения в инструменте при наибольшей эффективности передачи энергии бойка в инструмент.

Движение сечений бойка и инструмента описывались одномерными волновыми уравнениями, решение которых отыскивалось в форме Даламбера

$$u_1(z, t) = V_0 t + f_{1i}(at - z) + \varphi_{1i}(at + z), \quad (1)$$

$$u_2(z, t) = f_{2j}(at - z) + \varphi_{2j}(at + z), \quad (2)$$

где u_1 , u_2 – перемещения сечений бойка и инструмента; $f(at - z)$, $\varphi(at + z)$ – функции, описывающие перемещения сечений в волнах, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси z ; a – скорость распространения волны деформации в стержнях;

t – время; V_0 – скорость бойка в начальный момент удара; i, j – номера волн, распространяющихся соответственно в бойке и инструменте.

Любую контактную характеристику можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией. Поэтому при решении задачи принималось, что контактные характеристики бойка с инструментом и инструмента с обрабатываемым объектом, в данном случае с пластиной, описываются линейными функциям с приведенными коэффициентами жесткости c_1 и c_2 соответственно. Граничные условия при расположении начала координаты z в контакте бойка и инструмента, имели вид:

$$ES \frac{\partial u_1}{\partial z}(0, t) = -c_1[u_1(0, t) - u_2(0, t)], \quad (3)$$

$$ES \frac{\partial u_2}{\partial z}(0, t) = -c_1[u_1(0, t) - u_2(0, t)], \quad (4)$$

$$ES \frac{\partial u_1}{\partial z}(-l, t) = 0, \quad (5)$$

$$ES \frac{\partial u_2}{\partial z}(L, t) = -c_2[u_2(L, t) - w(t)], \quad (6)$$

где E – модуль упругости материала стержней и пластины; S – площадь поперечного сечения стержней; l, L – соответственно длины бойка и инструмента; w – прогиб пластины в точке контакта с инструментом:

$$w(t) = \frac{1}{8\sqrt{Dm_0}} \int_0^t P_k(t) dt, \quad (7)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластины, $D = E\delta^3 / 12(1 - \mu^2)$; m_0 – масса одного квадратного метра пластины, $m_0 = \rho\delta$; δ – толщина пластины. Здесь и далее предполагается, что все элементы системы выполнены из стали с одинаковым модулем упругости и плотностью.

В начале удара, когда отраженных волн деформаций в системе нет, в решениях (1), (2) функции $f_{10}(at-z)$ и $\varphi_{20}(at+z)$ равны нулю, и подстановка этих решений в граничные условия (3), (4) приводит к уравнению:

$$\Phi'_{21}(\xi) + h\Phi_{21}(\xi) = \frac{c_1 V_0}{Ca^2} \quad (8)$$

где $\xi = at$, $\Phi_{21}(\xi) = f'_{21}(\xi)$, $h = \frac{2c_1}{aC}$, $C = \rho a S$. (9)

Решением этого уравнения при начальных условиях

$$u_2(0, 0) = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t}(0, 0) = V_0,$$

является функция:

$$\Phi_{21}(\xi) = \frac{V_0}{2a} [1 - \exp(-h\xi)]. \quad (10)$$

Заменяя в этом решении $\xi = at - x$, и учитывая, что усилия в начальной волне определяются как $P_{21}(z, t) = -ES\Phi_{21}(at - z)$, получим:

$$P_{21}(z, t) = -0,5CV_0 [1 - \exp(-h(at - z))]. \quad (11)$$

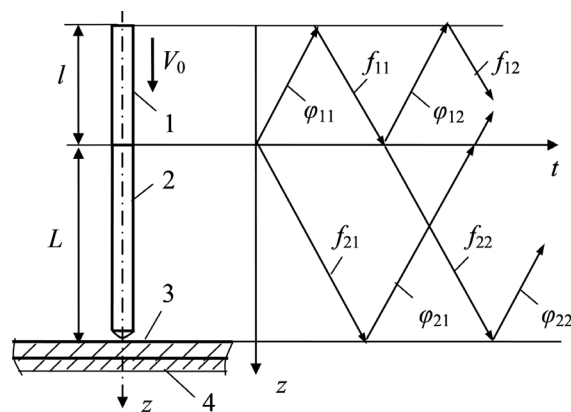


Рисунок 1

Из полученных выражений видно, что контактные усилия и скорость контактного сечения с течением времени возрастают по экспоненциальному закону и к моменту прихода к этому сечению волн, отраженной от свободного торца бойка ($T_1 = 2l/a$), достигают значений

$$P_{21}(0, T_1) = -0,5CV_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{4c_1 l}{aC}\right) \right]. \quad (12)$$

Введем безразмерное соотношение, связывающее параметры бойка (массу m), инструмента (ударную жесткость C) и контактной характеристики (коэффициент жесткости c_1):

$$\Omega = \frac{C^2}{c_1 m}.$$

Тогда, учитывая, что $m = \rho S l$, $C = \rho a S$, запишем выражение (12) в виде

$$P_{21}(0, T_1) = -0,5CV_0 [1 - \exp(-4/\Omega)]. \quad (13)$$

Из него следует, что чем меньше соотношение Ω , тем быстрее усилия в волне достигают максимального значения. При $\Omega = 1$ к концу действия этой волны усилия в ней отличаются от максимально возможных при $t \rightarrow \infty$ всего на 1,8 %.

Проследивая движение волны деформации по бойку с учетом граничных условий (3), (5), найдем, что в момент времени $t = 2l/a$ к ударному торцу инструмента подходит волна, описываемая функцией f_{11} (рисунок 1). При этом

$$f'_{11}(\xi) = \Phi_{11}(\xi) = -\frac{V_0}{2a} (1 - \exp[-h(\xi - 2l)]), \quad (14)$$

где $\xi = at - z$.

С этого момента времени

$$u_1(0, t) = V_0 t + f_{11}(at) + \varphi_{12}(at), \quad u_2(0, t) = f_{22}(at).$$

Подставляя эти функции в граничные условия (3), (4) и обозначая $\xi = at$, $f'_{22}(\xi) = \Phi_{22}(\xi)$ приходим к уравнению:

$$\Phi'_{22}(\xi) + h\Phi_{22}(\xi) = \frac{c_1 V_0}{Ca^2} \exp[-h(\xi - 2l)]. \quad (15)$$

Решая это уравнение при начальном условии, что усилие в контакте бойка с инструментом описывается непрерывной функцией, и

$$\Phi_{22}(2l) = \Phi_{21}(2l),$$

найдем

$$\Phi_{22}(\xi) = \frac{V_0}{2a} [-\exp(-h\xi) + (1+h(\xi-2l))\exp[-h(\xi-2l)]]. \quad (16)$$

При этом усилие в сечениях, охваченных волной деформации f_{22} , определяется как

$$P_{22}(z,t) = 0,5CV_0 \left[e^{-h(at-z)} - (1+h(at-z-2l))e^{-h(at-z-2l)} \right], \quad (17)$$

а усилия в контакте бойка с инструментом:

$$P_{22}(0,t) = 0,5CV_0 \left[e^{-hat} - (1+h(at-2l))e^{-h(at-2l)} \right]. \quad (18)$$

Эти усилия вызваны упругим восстановлением контактных поверхностей. Они уменьшаются с течением времени и к концу действия отраженной волны f_{11} на контактное сечение достигают величины:

$$P_{22}(0,2T_1) = -0,5CV_0 \left[-\exp(-8/\Omega) + (1+4/\Omega)\exp[-4/\Omega] \right].$$

Волна деформации f_{21} (рисунок 1), распространяясь по инструменту, достигает обрабатываемой поверхности и отражается от неё волной φ_{21} . С этого момента времени перемещение сечений инструмента, охваченных прямой и отраженной волнами описывается функцией:

$$u_2(z,t) = f_{21}(at-z) + \varphi_{21}(at+z). \quad (19)$$

Дифференцируя граничное условие (6) по времени и подставляя в него функции (7), (19), приходим к уравнению:

$$\Psi'_{21}(\xi) + s\Psi_{21}(\xi) = \Phi'_{21}(\xi-2L) + (\beta-b)\Phi_{21}(\xi-2L),$$

где $\xi=at$, $b = \frac{c_2}{ES}$, $\beta = \frac{c_2}{8a\sqrt{Dm_0}}$, $s=b+\beta$, $\Psi_{21}(\xi) = \varphi_{21}(\xi)$.

После подстановки в его правую часть функции (10) оно принимает вид:

$$\Psi'_{21}(\xi) + s\Psi_{21}(\xi) = \frac{V_0}{2a} [\beta-b + (h-\beta+b)e^{-h(\xi-2L)}]. \quad (20)$$

Решением этого уравнения при нулевых начальных условиях является функция:

$$\Psi_{21}(at+z) = \frac{V_0}{2a} [q_2 - Qe^{-h(at+z-2L)} - (q_2-Q)e^{-s(at+z-2L)}], \quad (21)$$

где

$$Q = \frac{h-\beta+b}{h-\beta-b} = \frac{\gamma-\chi v^2+1}{\gamma-\chi v^2-1}, \quad q_2 = \frac{\beta-b}{\beta+b} = \frac{\chi v^2-1}{\chi v^2+1},$$

$$v = \frac{d}{\delta}, \quad \chi = \frac{\pi\sqrt{3(1-\mu^2)}}{16}, \quad \gamma = \frac{c_1}{c_2},$$

d – диаметр бойка и инструмента.

С учетом полученных соотношений (11), (21) усилия в отраженной волне и в контактом сечении инструмента с пластиной на интервале времени $L < at < L + 2l$ определяются как

$$P_{om1}(L,t) = ES\Psi_{21}(L,t), \quad P_{k1}(L,t) = P_{21}(L,t) + P_{om1}(L,t),$$

или после подстановки соответствующих функций:

$$P_{om1}(L,t) = 0,5CV_0 [q_2 - Qe^{-h(at-L)} - (q_2-Q)e^{-s(at-L)}], \quad (22)$$

$$P_{k1}(L,t) = -0,5CV_0 [1 - q_2 - (1-Q)e^{-h(at-L)} + (q_2-Q)e^{-s(at-L)}]. \quad (23)$$

В момент времени $t = (L + 2l)/a$ к контактному сечению инструмента с пластиной подходит волна f_{22} (рисунок 1). При действии этой волны на пластину от неё отражается волна, описываемая функцией φ_{22} . Вид этой функции находится из уравнения аналогичного уравнению (19), в которое вместо индексов 21 необходимо подставить индексы 22.

После подстановки в это уравнение функции (16) приведем его к виду:

$$\Psi'_{22}(\xi) + s\Psi_{22}(\xi) = \frac{V_0}{2a} [(h-\beta+b)e^{-h(\xi-2L)} + (\beta-b)e^{-h(\xi-2l-2L)} - h(h-\beta+b)(\xi-2l-2L)e^{-h(\xi-2l-2L)}]. \quad (24)$$

Решая это уравнение при начальном условии, выражающем непрерывность изменения усилий в контакте инструмента с пластиной,

$$-\Phi_{21}(L, (L+2l)/a) + \Psi_{21}(L, (L+2l)/a) = -\Phi_{22}(L, (L+2l)/a) + \Psi_{22}(L, (L+2l)/a),$$

найдем функции Ψ_{22} .

Пренебрегая, вследствие малости, членами, содержащими сомножители $\exp(-2hl)$ и $\exp(-2sl)$, получим следующие функции изменения усилий в отраженной волне и в контактном сечении инструмента с пластиной на интервале времени $2l + L < at < 2l + 2L$:

$$P_{om2}(L,t) = ES\Psi_{22}(at-L) = 0,5CV_0 [q_2 - Qe^{-h(at-L)} + (q_2-Q)e^{-s(at-L)}]. \quad (25)$$

$$P_{k2}(L,t) = -0,5CV_0 [(Q-1)e^{-h(at-L)} - q_2 - (q_2-Q)e^{-s(at-L)} + (1+h(at-L-2l))e^{-h(at-L-2l)}]. \quad (26)$$

Максимальное усилие в контакте инструмента с пластиной соответствует моменту времени $(2l + L)/a$ и определяется через безразмерные соотношения параметров формулой

$$P_{k\max} = -0,5CV_0 \left[1 - q_2 - (1-Q)\exp\left(-\frac{4\gamma}{\Theta}\right) + (q_2-Q)\exp\left(-\frac{4}{\Theta(1-q_2)}\right) \right], \quad (27)$$

$$\text{где } \Theta = \frac{C^2}{c_2 m}.$$

Очевидно, что при малых значениях параметра Θ максимальное усилие в контакте инструмента с пластиной определяется только первыми двумя слагаемыми в квадратных скобках.

Полученные формулы позволяют проводить анализ влияния параметров ударной системы не только на напряженное состояние её элементов, но и на эффективность передачи энергии удара от машины в обрабатываемый объект. Методика расчета этих характеристик изложена в работе [3].

Для оценки достоверности полученных результатов были проведены экспериментальные исследования процесса формирования волн деформаций в ударной системе, состоящей из бойка диаметром 28 мм, длиной 600 мм и стержня, имитирующего инструмент, диаметром 28 мм и длиной 1135 мм. Такая длина стержня обеспечивала возможность регистрации прямых и отраженных волн в среднем сечении стержня без их наложения.

Стержень опирался на квадратную пластину толщиной 8 мм с размерами сторон 0,6 м. Два противоположных края пластины были защемлены, а два других – свободны.

Для получения местной контактной податливости ударный торец бойка и торец стержня, опирающийся на пластину, выполнены в виде сферы радиусом 45 мм. Сфера выбрана по той причине, что в этом случае контактная характеристика описывается известной формулой Герца

$$P_k = K\alpha^{3/2},$$

где α – местная контактная деформация; K – коэффициент, зависящий от физических свойств материалов и геометрии контактных поверхностей. В рассматриваемом случае:

$$K = \frac{2E}{3(1-\mu^2)}\sqrt{r},$$

μ – коэффициент Пуассона; r – радиус сферы контактной поверхности.

Она достаточно точно линеаризуется методом Бидермана, в соответствии с которым приведенный коэффициент жесткости линейной характеристики определяется по формуле [5]:

$$c_2 = 1,25K^{2/3}P_{km}^{1/3},$$

где P_{km} – максимальное усилие в контактном сечении.

Для регистрации волн деформаций в инструменте использовались тензорезисторы, наклеенные на диаметрально противоположные стороны стержня на расстоянии 560 мм от его ударного торца и запоминающий осциллограф С-8-11 с диапазоном регистрируемых частот до 50 кГц.

Скорость соударения бойка со стержнем составляла 2,81 м/с.

Безразмерные коэффициенты для данной ударной системы следующие:

$$\chi = 0,3244, \nu = 3,5, q_2 = 0,6, \gamma = 1,357, \Theta = 0,692,$$

а приведенные коэффициенты жесткостей контактных характеристик:

$$c_1 = 4,08 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, c_2 = 3,01 \cdot 10^8 \text{ Н/м}.$$

Полученные осциллограммы приведены на рисунке 2, где сплошная линия соответствует расчету, а штриховая – эксперименту. По оси ординат отложено отношение P/P_0 , где $P_0 = -0,5CV_0$ – максимальное значение силы в волне деформации.

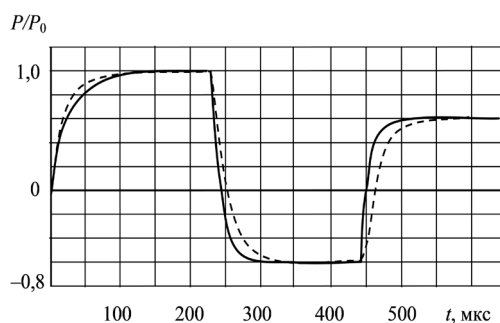


Рисунок 2

На рисунке видна прямая волна деформации с максимальной амплитудой, равной P_0 и отраженная волна, максимальная амплитуда которой составляет P_0q_2 . Сравнение результатов расчета с экспериментальными результатами показывает, что по максимальным значениям усилий они совпадают, но есть некоторые отличия во фронтах нарастания и спада усилий. Это можно объяснить пластическими деформациями пластины и, вследствие этого, меньшим восстановлением первоначальной формы контактирующих поверхностей после окончания действия силы. Учет этих пластических деформаций является задачей дальнейшей работы.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Министерства образования и науки КР, грант КР-04 2014 г.

Литература

1. Еремьянц В.Э., Панова Л.Т., Асанова А.А. Расчет характеристик процесса виброударной очистки поверхностей / В.Э. Еремьянц, Л.Т. Панова, А.А. Асанова // Проблемы машиностроения и надежности машин. М.: РАН, 2012. № 6. С. 63–70.
2. Еремьянц В.Э., Климова Е.Г. Волновые процессы в ударной системе “боек-волновод-пластина” при равных ударных жесткостях бойка и волновода / В.Э. Еремьянц, Е.Г. Климова // Вестник КРСУ. 2006. Т. 6. № 5. С. 92–96.
3. Еремьянц В.Э., Ню В.В. Передача энергии удара через инструмент в пластину / В.Э. Еремьянц, В.В. Ню // Вестник КРСУ. 2013. Т. 13. № 7. С. 36–40.
4. Ню В.В. Влияние параметров ударной системы “боек-инструмент-пластина” на эффективность передачи энергии удара: Современная техника и технология в научных исследованиях / В.В. Ню // Матер. докл. 6-й меж. конф. молодых ученых и студентов. Бишкек: Научная станция РАН, 2014. С. 176–180.
5. Еремьянц В.Э. Динамика ударных систем. Моделирование и методы расчета / В.Э. Еремьянц. Palmarium academic publishing. Саарбрукен. Германия, 2012. 586 с.