

УДК 622.831

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИАГРАММ УПРОЧНЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Б.А. Рычков, Т.А. Лужанская

Рассматриваются механические свойства горных пород как в пределах, так и за пределами упругости.

Ключевые слова: горные породы; пределы упругости и прочности; деформационное упрочнение.

DIAGRAM FORMATION OF ROCKS STRENGTHENING

B.A. Rychkov, T.A. Luzhanskaya

In the article we are considering mechanical properties of rocks before and after elasticity limit.

Keys words: rocks; elasticity and strength limits; deformation strengthening.

С переходом горных работ на большие глубины или вблизи выработок происходит образование зон предельного состояния, в которых горные породы проявляют упругие и пластические свойства тел, разрушаясь при этом, в условиях неоднородных объемных напряженных состояний.

В связи с этим естественны попытки смоделировать закономерности деформационного поведения горных пород в форме разработки определяющих соотношений, пригодных для анализа процессов, происходящих при сложнонапряженных состояниях. Поэтому систематизация и усовершенствование паспортов прочности горных пород, включая уточнение их упругих, деформационных и прочностных характеристик вплоть до пределов прочности при сложнонапряженном состоянии является открытым вопросом. Перечисленные характеристики обычно выявляются при испытании цилиндрических образцов по схеме Кармана. В данной работе использованы соответствующие экспериментальные данные, представленные в монографии [1].

Подобно выражениям для пределов прочности [2], зависимости для пределов упругости ($\sigma_i^e = \sigma_i^e(c)$) представим следующим образом:

$$\sigma_i^e = \frac{2S_0^e}{(1-c)(\cos 2\beta_0 + k \cdot \sin 2\beta_0)}, \quad (1)$$

когда в плоскости среза (отождествляемое с плоскостью начальных скольжений) принимается постоянным соотношение $\sigma_{\beta_0} / \tau_{\beta_0} = 2$ (угол среза – $\alpha_0|_{c=0} = 26,6^\circ$, $\alpha_0 = 45^\circ - \beta_0$); $c = \sigma_3 / \sigma_1$ – вид напряженного состояния.

$$\sigma_1^e = \frac{2S_0^e \cos 2\beta_0}{(1-c)(1 + k_2 \sin 2\beta_0 \cos 2\beta_0)}, \quad (2)$$

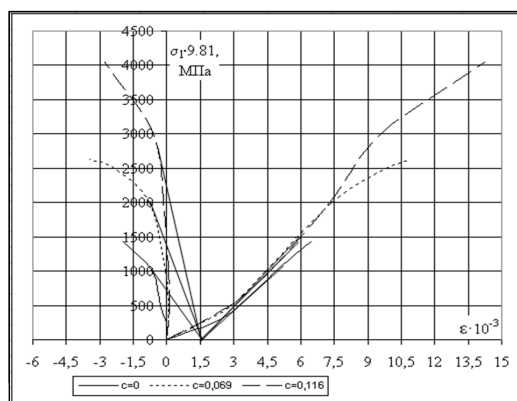
когда в плоскости среза принимается постоянным соотношение $\sigma_0 / \tau_{\beta_0} = 1,667$ ($\alpha_0|_{c=0} = 18,4^\circ$);

$$S_0^e = S_0^{0e} e^{(\chi c + \rho c^2)}.$$

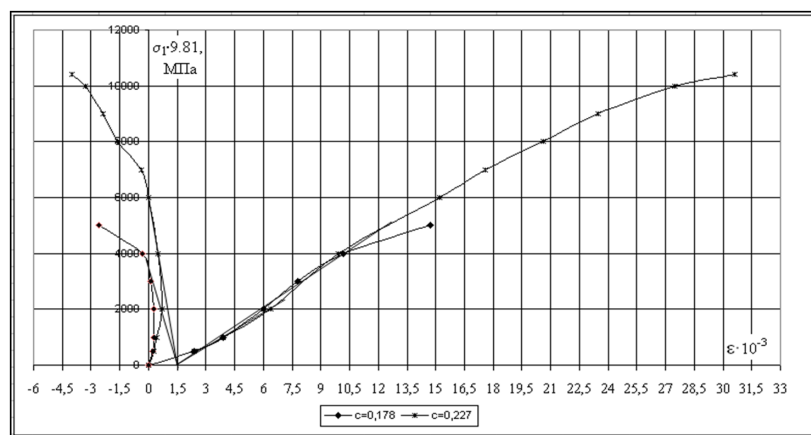
В этих выражениях параметры χ и ρ определяются аналогично процедуре, описанной в [3]. При этом S_0^{0e} определяется через предел упругости при одноосном сжатии σ_c^e , на определении которого по экспериментальным данным стоит заострить внимание.

При одноосном сжатии выделяется упругий участок диаграммы продольной деформации, имеющий приблизительно линейную зависимость между напряжением и деформацией, начиная от начала координат и вплоть до (приблизительно определяемого) предела пропорциональности. Затем этот участок аппроксимируется строго линейной зависимостью (с помощью стандартной программы линии тренда). Значение предела упругости определяется по допуску на остаточную осевую деформацию $0,01 \cdot 10^{-3}$, которая находится путем разгрузки от соответствующей точки на диаграмме. Линия разгрузки проводится параллельно указанной линии тренда. При произвольных напряженных состояниях пределы упругости вычисляются согласно (1) или (2), через найденный таким образом предел прочности при одноосном сжатии.

У некоторых материалов [1] (выбросоопасный и не опасный по выбросам песчаник, песчаники П-026 и Д-8) начальный участок диаграммы продольной деформации носит нелинейный характер, что связано с закрытием пор, имеющихся в таких материалах в исходном состоянии. Поперечная



а



б

Рисунок 1 – Диаграммы продольной и поперечной деформаций

деформация сжимаемых таким образом цилиндрических образцов с ростом бокового давления изменяется все время по нелинейному закону и при достаточно больших боковых давлениях имеет (в силу уплотнения) один знак с продольной деформацией до некоторого осевого напряжения, при котором зависимость продольной деформации от осевого напряжения становится приблизительно линейной. При этом, еще до достижения предела пропорциональности (на диаграмме для продольной деформации), начиная с некоторого момента нагружения, приращение поперечной деформации становится с обратным знаком по сравнению с приращением продольной осевой деформации, что приводит к уменьшению (вплоть до нуля) величины поперечной деформации с ростом нагрузки, а далее эта деформация по модулю растет, но становится отрицательной.

Такой нелинейный участок диаграммы продольной деформации предлагается исключать путем переноса начала координат, положение которого однозначно определяется следующим образом. Экстраполируя линейные участки продольной де-

формации при различных видах напряженных состояний вплоть до равных нулю напряжений, получим, что они “стягиваются” приблизительно в одну и ту же точку.

Из этого нового начала координат для продольной деформации следует провести касательную к диаграмме поперечной деформации, которая будет совпадать с участком для поперечной деформации приблизительно в той точке, где происходит противоположное относительно продольной деформации приращение. Именно таким образом можно схематизировать участки для продольной и поперечной деформаций после того, как произошло уплотнение материала. Такая схема для поперечной деформации нарушается (для некоторых пород) в случае одноосного сжатия, поскольку боковая поверхность образца при одноосном сжатии свободна от напряжений – поэтому уплотнение в поперечном направлении не происходит.

Для дальнейшего расчета используем значения напряжений и деформаций, полученные при аппроксимации упругого участка с учетом переноса (указанным образом) начала координатных осей.

Такой перенос начала координат и аппроксимацию диаграммы поперечной деформации достаточно выполнить для двух напряженных состояний – близком к $c = 0$ и $c = c_n$, при которых определяются упругие константы материала [3], входящие в закон Гука для ортотропного материала:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{12}}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{13}}{E_3} \sigma_3, \\ e_2 &= -\frac{\nu_{21}}{E_1} \sigma_1 + \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{23}}{E_3} \sigma_3, \\ e_3 &= -\frac{\nu_{31}}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{32}}{E_2} \sigma_2 + \frac{1}{E_3} \sigma_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где $E_p, \nu_{ij} - const$.

Деформация за пределом упругости разделяется на три составляющие: упругую, чисто пластическую (не вызывающую изменение объема) и деформацию разрыхления. Упругая деформация определяется по закону Гука для ортотропного материала (3). Пластическая деформация определяется заданием сопротивления сдвигу, которое в общем случае является сложным интегро-дифференциальным оператором от интенсивности (идеализированных) скольжений [4].

Предлагаемый перенос начала координат рассмотрим на примере песчаника не опасного по выбросам.

На рисунке 1 (а и б) приводится процедура определения нового начала координат. Показано, что касательные к упругим участкам диаграмм деформирования песчаника неопасного по выбросам, пересекают ось абсцисс при значении продольной деформации $e_1 = 1.5 \cdot 10^{-3}$, которое выбирается в качестве нового начала координат.

Предел упругости с учетом аппроксимации упругого участка линейной зависимостью (рису-

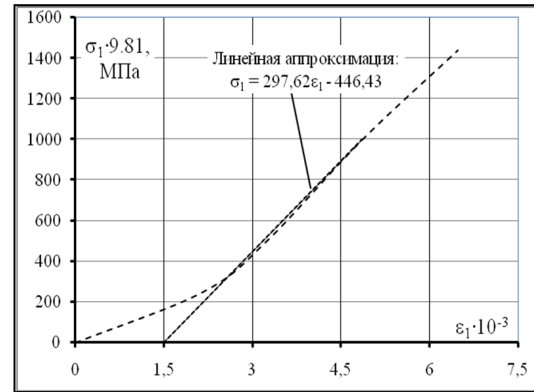


Рисунок 2 – Аппроксимация линейного упругого участка продольной деформации при одноосном сжатии

нок 2) и допуска ($0,01 \cdot 10^{-3}$) на остаточную осевую деформацию, принимается равным 1060-9,81 МПа (значение, определяемое по методу А.Н. Ставрогина [1] составляет 1200-9,81 МПа).

Упругие константы и их комбинации, необходимые для определения упругой составляющей деформации, определялись при напряженных состояниях 0,069 и 0,227:

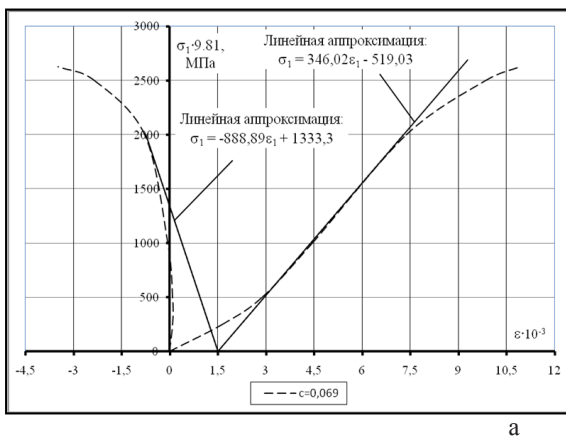
$$E_1 = 2.93 \cdot 9.81 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \nu_{12} = \nu_{13} = 0.459,$$

$$\left[\frac{\nu_{12}}{E_2} + \frac{\nu_{31}}{E_3} \right]^{-1} = 1.33 \cdot 9.81 \cdot 10^5 \text{ МПа},$$

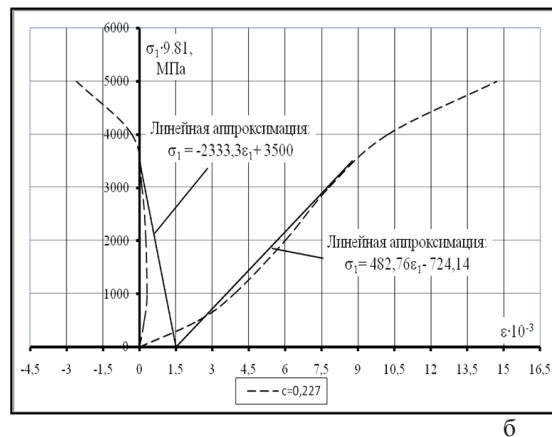
$$\left[\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{32}}{E_3} \right]^{-1} = 1.56 \cdot 9.81 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Упругие участки диаграмм деформирования при этих напряженных состояниях аппроксимируются линейными зависимостями (рисунок 3 а и б).

На рисунке 4 приведены экспериментальные диаграммы [1] деформационного упрочнения



а



б

Рисунок 3 – Расчетные схемы, связанные с переносом начала координат для продольной и поперечной деформаций при: а) $c = 0,069$; б) $c = 0,227$

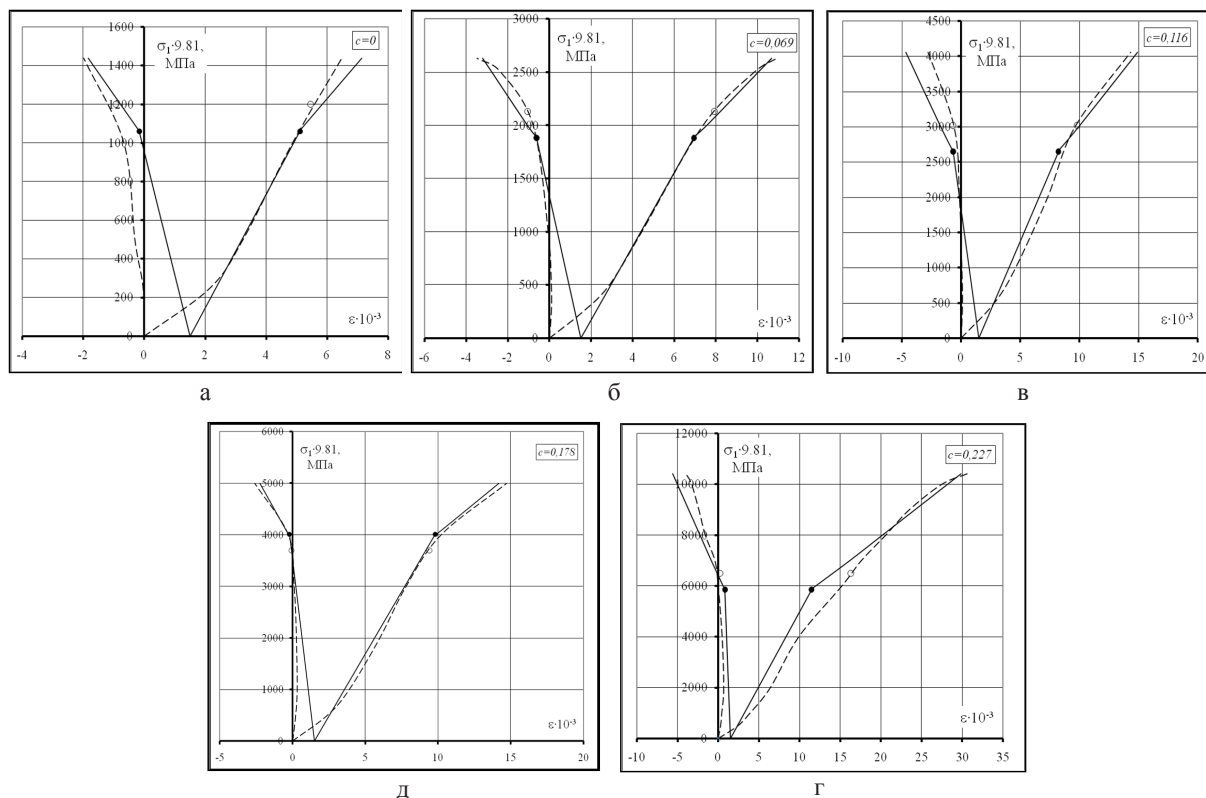


Рисунок 4 – Сопоставление расчетных и экспериментальных диаграмм упругости

песчаника не опасного по выбросам (штриховая линия) и диаграммы, построенные по результатам рассматриваемой модели поведения горных пород (сплошная линия) для разных напряженных состояний.

Отмечены значения пределов упругости: расчетные значения – черная точка; установленные А.Н. Ставрогиным – белая точка.

Литература

1. Ставрогин А.Н. Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. М.: Недра, 1979.
2. Рычков Б.А. Об одном методе определения пределов прочности горных пород / Б.А. Рычков, Н.М. Комарцов, Т.А. Лужанская // Вестник КРСУ. 2013. № 7. Т. 13.
3. Рычков Б.А. Сложная деформация пластических материалов при нагружениях без поворота главных осей тензора напряжений / Б.А. Рычков // М.: МГТ РАН, 1993. № 1.
4. Леонов М.Я. Устойчивость и прочность элементов конструкций / М.Я. Леонов, Б.А. Рычков // Основы механики пластических материалов. Фрунзе: Илим, 1987. Гл. 8.