

УДК 627.43:622.833.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВОВ СКЛОНОВ ГОР

Б. Жумабаев

Предложен алгоритм моделирования склона гор. Создана математическая модель напряженного состояния массивов склона горы, которая реализована в программной среде MatCad.

Ключевые слова: склоны гор; гравитационная и сейсмическая сила; тектоническое сжатие; математическое моделирование; поля напряжений; отображение.

MATHEMATICAL MODELLING OF STRESS MASSIFS OF SLOPES MOUNTAINS

B. Jumabaev

The algorithm modeling of a slope of mountains is offered. It is created mathematical model of stress of massifs of a slope of the mountain which is realized in the program MATCAD environment.

Keywords: slopes of mountains; gravitational and seismic force; tectonic compression; mathematical modeling; fields of tension; display.

Создание расчетной модели массивов склона горы. Массивы склона горы в двухмерном изображении представляются как полуплоскость с выступами, если имеется система гряды гор или склон горы, имеющий уступы [1]. Для разработки аналитического метода расчета напряженного состояния горных массивов [2, 4–6] прежде всего, необходимо использование конформного отображения полуплоскости с выступами. Для этого использована отображающая функция следующего типа:

$$w(\xi) = a\xi + w_0(\xi),$$

где

$$\omega_0(\xi, \eta) = \frac{a_1}{\zeta(\xi, \eta) - i} + \frac{b_1}{\zeta(\xi, \eta) + tb - i} + \frac{b_{01}}{\zeta(\xi, \eta) + t_0b - i}. \quad (1)$$

Вариацией параметров отображающей функции, представленной в таблице 1, смоделированы формы массивов склона горы, которые показаны на рисунках 1–4.

Таблица 1 – Параметры отображающей функции

| № | a | a_1 | b_1 | b_{01} | tb | t_0b |
|---|-----|-------|-------|----------|-------|--------|
| 1 | 55 | 575 | 350 | 350 | -22 | 22 |
| 2 | 55 | 350 | 575 | 575 | -22 | 22 |
| 3 | 55 | 600 | 500 | 375 | -22 | 22 |
| 4 | 175 | 1050 | 500 | 500 | -1.99 | 1.99 |

Модель напряженного состояния массивов склона горы. Аналитическая модель напряженного состояния массивов склона горы представлена в виде суммы двух полей напряжений:

$$\sigma_x^0 = \sigma_x^{\text{II}} + \sigma_x^p, \quad \sigma_y^0 = \sigma_y^{\text{II}} + \sigma_y^p, \quad \tau_{xy}^0 = \tau_{xy}^{\text{II}} + \tau_{xy}^p. \quad (2)$$

Напряжения с индексом “II” – поле напряжений для полуплоскости $y \leq 0$, которое возникает при совместном действии гравитационных сил g и сейсмических сил $g_c = k_c g$. Сила гравитации g направлена вертикально вниз, т. е. в глубь массива земной коры, сейсмическая сила направлена из глубины массива к поверхности земли, и составляет острый угол (d) с вертикальной осью. Поставленная задача является частью общей проблемы [3]. Первое поле в (2) напряжений определено как интеграл от неоднородного дифференциального уравнения равновесия для полуплоскости:

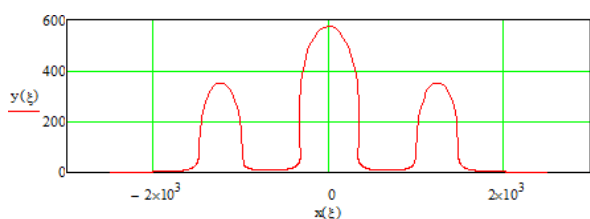


Рисунок 1 – Склоны гор различной высоты

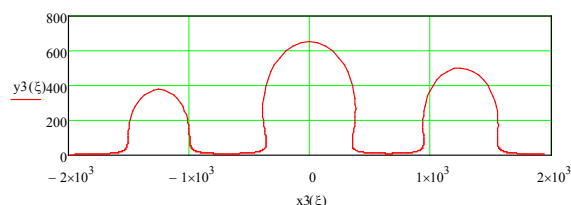


Рисунок 3 – Склоны трёх равноудаленных гор

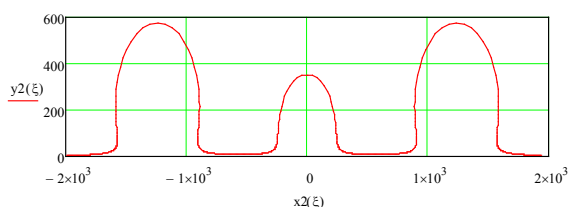


Рисунок 2 – Склон горы между соседних высоких гор

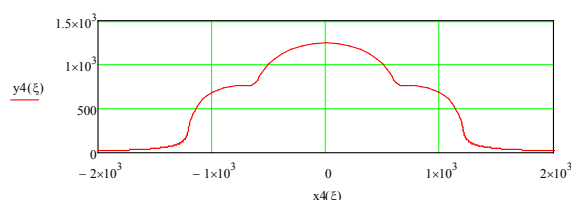


Рисунок 4 – Склон горы с двумя уступами

$$\frac{\partial \sigma_x^{\prime\prime}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{\prime\prime}}{\partial y} + \rho_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^{\prime\prime}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{\prime\prime}}{\partial y} + \rho_y = 0, \quad (3)$$

где $r_x = gk_c \sin d$, $r_y = g(1 - k_c \cos d)$ – горизонтальные и вертикальные составляющие объемной силы; g – гравитационное ускорение; l – коэффициент бокового распора; k_c – коэффициент сейсмичности.

Интегралы от (1) имеют вид:

$$\sigma_x^{\prime\prime} = A_1 y; \sigma_y^{\prime\prime} = A_2 y; \tau_{xy}^{\prime\prime} = A_3 y, \quad (4)$$

где $A_1 = l g(1 - k_c \cos b)$; $A_2 = g(1 - k_c \cos b)$; $A_3 = k_c \times g \sin b$.

Напряжения с индексом “ p ” сверху σ_x^p , σ_y^p , τ_{xy}^p – поля напряжений, которые характеризуют наличие трех выступов в весомой полуплоскости.

Начальное напряженное состояние массивов пород нагорных плотин в условиях действия указанных сил представляется в виде суммы первых двух полей напряжений с индексами сверху “ II ” и “ p ” и удовлетворяют на контуре граничным условиям:

$$\begin{aligned} X_n^* &= (\sigma_x^p + \sigma_x^{\prime\prime}) \cos n, x + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^{\prime\prime}) \cos(n, y) = 0; \\ Y_n^* &= (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^{\prime\prime}) \cos(n, x) + (\sigma_y^p + \sigma_y^{\prime\prime}) \cos(n, y) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где n – направление внешней нормали в какой-либо точке контура.

Условие (3) содержит сумму фиктивных нагрузок N и T и нагрузок-усилий N_{II} , T_{II} . Последнее возникает от первого поля напряжений (2) в контурных точках. Поэтому N и T принимаются равными по величине и противоположными с N_{II} , T_{II} .

Обозначив через $F_1(t) = (N + iT)\overline{\omega'(t)}$ и $F_2(t) = (N - iT)\omega'(t)$, получим необходимые для определения напряжений σ_x^p , σ_y^p , τ_{xy}^p граничные условия:

$$\begin{aligned} F_1(t) &= [\omega_0(t) - \overline{\omega_0(t)}] \cdot [T_5 + T_6 \overline{\omega_0'(t)} + T_7 \omega_0'(t)], \\ F_2(t) &= [\omega_0(t) - \overline{\omega_0(t)}] \cdot [T_2 + T_3 \overline{\omega_0'(t)} + T_4 \omega_0'(t)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение вспомогательной граничной задачи о влиянии рельефа склона горы дано построением соотношений для комплексных потенциалов $\Phi(\zeta)$ и $\Psi(\zeta)$, через которые определяются компоненты напряжений в полубесконечной области из граничного условия (6), они конкретизированы и алгоритмизированы в нотациях MathCad. Эти соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) \cdot \omega'(\zeta) + G(\zeta) &= A(\zeta), \\ \Psi(\zeta) \cdot \omega'(\zeta) + \Phi(\zeta) \cdot \overline{\omega(\zeta)} + \Phi'(\zeta) \cdot \overline{\omega'(\zeta)} - G(\zeta) &= B(\zeta), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$A(\zeta) = -\frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(N+iT)\overline{\omega'(t)}}{t-\zeta} dt; \quad B(\zeta) = -\frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(N-iT)\omega'(t)}{t-\zeta} dt. \quad (8)$$

В первом уравнении (7) $G(\zeta)$ является полюсом функции $\overline{\Phi(\zeta)}$ и определяется из системы (6) линейных уравнений, если три раза положим $\zeta_1 = -i$, $\zeta_2 = -tb - i$, $\zeta_3 = -t_0b - i$ после вычисления интегралов типа Коши (8) от конкретно заданных граничных условий (N и T). При вычислении $\Psi(\zeta)$ в окрестности точек $|\zeta + t_k - i| \leq 0,3$ предусмотрены альтернативные соотношения по сравнению с (7), при которых явно раскрыто отсутствие кажущегося наличия полюса функции $\Psi(\zeta)$. Процедура расчета полей напряжений реализована путем записи всех соотношений в нотациях MathCad, когда исключается необходимость разделения действительных и мнимых частей (7). Интегралы типа Коши в (8) имеют вид:

$$\begin{aligned} d_1 A(\xi, \eta) &= -T_6 [S(\xi, \eta) + \delta S(\xi, \eta)]; \quad d_1 B(\xi, \eta) = -T_3 [S(\xi, \eta) + \delta S(\xi, \eta)]; \\ A(\xi, \eta) &= \omega_0(\xi, \eta) \left[T_5 + T_6 \omega_0'(\xi, \eta) \right] + T_3 C(\xi, \eta) + At(\xi, \eta) + d_1 A(\xi, \eta); \\ B(\xi, \eta) &= T_3 \omega_0(\xi, \eta) \omega_0'(\xi, \eta) + T_2 \omega_0(\xi, \eta) + T_4 C(\xi, \eta) + Bt(\xi, \eta) + d_1 B(\xi, \eta). \end{aligned} \quad (9)$$

В (9) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} C_1 &= a_1 \overline{\Omega_1}; \quad C_2 = \overline{\Omega p t_b} \cdot b_1; \quad S_1 = -a_1 \overline{\Omega_1}; \quad S_2 = -a_1 \overline{\Omega_0}; \quad S_3 = -b_1 \overline{\Omega p t_b}; \\ S_{03} &= -b_{01} \overline{\Omega p t_{0b}}; \quad S_{04} = -b_{01} \cdot \overline{\Omega t_{0b}}; \quad C_{02} = b_{01} \cdot \overline{\Omega p t_{0b}}; \\ C(\xi, \eta) &= \frac{C_1}{\zeta(\xi, \eta) - i} + \frac{C_2}{\zeta(\xi, \eta) + tb - i} + \frac{C_{02}}{\zeta(\xi, \eta) + t_0b - i}; \\ S(\xi, \eta) &= \frac{S_1}{\zeta(\xi, \eta) - i} + \frac{S_2}{[\zeta(\xi, \eta) - i]^2}; \quad \delta a S(\xi, \eta) = \frac{S_3}{\zeta(\xi, \eta) + tb - i} + \frac{S_4}{[\zeta(\xi, \eta) + tb - i]^2}; \\ \delta b S(\xi, \eta) &= \frac{S_{03}}{\zeta(\xi, \eta) + t_0b - i} + \frac{S_{04}}{[\zeta(\xi, \eta) + t_0b - i]^2}; \end{aligned}$$

$$\delta S(\xi, \eta) = \delta a S(\xi, \eta) + \delta b S(\xi, \eta); \quad At(\xi, \eta) = T_1 \omega_0'(\xi, \eta); \quad Bt(\xi, \eta) = -T_1 \omega_0'(\xi, \eta).$$

Упомянутая выше система (6) уравнений, которая необходима для определения полюса $G(\zeta)$, имеет правые части:

$$\begin{aligned} M_{0,0} &= B(0, -1); \quad M_{0,1} = B(-tb, -1); \quad M_{0,2} = B(-t_0b, -1); \\ M_{0,3} &= \overline{B(0, -1)}; \quad M_{0,4} = \overline{B(-tb, -1)}; \quad M_{0,5} = \overline{B(-t_0b, -1)}, \end{aligned}$$

принимая следующие обозначения:

$$n_1(\xi, \eta) = \frac{-a_1}{[\zeta(\xi, \eta) - i]^2}; \quad nb(\xi, \eta) = \frac{-b_1}{[\zeta(\xi, \eta) + tb - i]^2}; \quad n_0b(\xi, \eta) = \frac{-b_{01}}{[\zeta(\xi, \eta) + t_0b - i]^2}$$

коэффициенты левой части системы определим в виде:

$$\begin{aligned} M_{0,0} &= \omega'(0, -1); \quad M_{0,1} = 0; \quad M_{0,2} = 0; \quad M_{0,3} = n_1(0, -1); \quad M_{0,4} = nb(0, -1); \\ M_{0,5} &= n_0b(0, -1); \quad M_{1,0} = 0; \quad M_{1,1} = \omega'(-tb, -1); \quad M_{1,2} = 0; \quad M_{1,3} = n_1(-tb, -1); \\ M_{1,4} &= nb(-tb, -1); \quad M_{1,5} = n_0b(-tb, -1); \quad M_{2,0} = 0; \quad M_{2,1} = 0; \quad M_{2,2} = \omega'(-t_0b, -1); \\ M_{2,3} &= n_1(-t_0b, -1); \quad M_{2,4} = nb(-t_0b, -1); \quad M_{2,5} = n_0b(-t_0b, -1); \\ M_{3,0} &= \overline{M_{0,3}}; \quad M_{3,1} = \overline{M_{0,4}}; \quad M_{3,2} = \overline{M_{0,5}}; \quad M_{3,3} = \overline{M_{0,0}}; \quad M_{3,4} = 0; \quad M_{3,5} = 0; \\ M_{4,0} &= \overline{M_{1,3}}; \quad M_{4,1} = \overline{M_{1,4}}; \quad M_{4,2} = \overline{M_{1,5}}; \quad M_{4,3} = \overline{M_{1,0}}; \quad M_{4,4} = \overline{M_{1,1}}; \quad M_{4,5} = \overline{M_{1,2}}; \\ M_{5,0} &= \overline{M_{2,3}}; \quad M_{5,1} = \overline{M_{2,4}}; \quad M_{5,2} = \overline{M_{2,5}}; \quad M_{5,3} = \overline{M_{2,0}}; \quad M_{5,4} = \overline{M_{2,1}}; \quad M_{5,5} = \overline{M_{2,2}}. \end{aligned}$$

Решение системы в нотациях MathCad представляется в виде:

$$L = M^{-1} \times M0;$$

$$\Phi_0 = \Lambda_{0,0}; \Phi_{0,t_b} = \Lambda_{1,0}; \Phi_{0,t_0 b} = \Lambda_{2,0}; \Phi_{0,c} = \overline{\Phi_0};$$

$$K_1 = \overline{a_1} \Phi_0; K_2 = \overline{b_1} \Phi_0 t b; K_3 = \overline{b_{01}} \Phi_0 t_0 b;$$

$$G(\xi, \eta) = n_1(\xi, \eta) \overline{\Phi_0} + n b(\xi, \eta) \overline{\Phi_0 t b} + n_0 b(\xi, \eta) \overline{\Phi_0 t_0 b};$$

$$G_1(\xi, \eta) = \frac{-\overline{K_1}}{[\zeta(\xi, \eta) - i]^2} + \frac{-\overline{K_2}}{[\zeta(\xi, \eta) + t b - i]^2} + \frac{-\overline{K_3}}{[\zeta(\xi, \eta) + t_0 b - i]^2};$$

$$\Phi(\xi, \eta) = \frac{B(\xi, \eta) - G(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)}; \Phi'(\xi, \eta) = \frac{B'(\xi, \eta) - G'(\xi, \eta) - \Phi(\xi, \eta) \cdot \omega''(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)};$$

$$\overline{\omega_0}(\xi, \eta) = \frac{\overline{a_1}}{\zeta(\xi, \eta) + i} + \frac{\overline{b_1}}{\zeta(\xi, \eta) + t b + i} + \frac{\overline{b_{01}}}{\zeta(\xi, \eta) + t_0 b + i};$$

$$\overline{\omega_{02}}(\xi, \eta) = \frac{\overline{a_1}}{\zeta(\xi, \eta) + i} + \frac{\overline{b_{01}}}{\zeta(\xi, \eta) + t_0 b + i}; \overline{\omega_{03}}(\xi, \eta) = \frac{\overline{a_1}}{\zeta(\xi, \eta) + i} + \frac{\overline{b_1}}{\zeta(\xi, \eta) + t b + i};$$

$$\overline{G}(\xi, \eta) = \frac{-\overline{K_1}}{[\zeta(\xi, \eta) + i]^2} + \frac{-\overline{K_2}}{[\zeta(\xi, \eta) + t b + i]^2} + \frac{-\overline{K_3}}{[\zeta(\xi, \eta) + t_0 b + i]^2};$$

$$D_3(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) - a \mathcal{S}(\xi, \eta) - a \zeta(\xi, \eta) \mathcal{S}'(\xi, \eta);$$

$$\delta_1(\xi, \eta) = |\zeta(\xi, \eta) + i|; \delta_2(\xi, \eta) = |\zeta(\xi, \eta) + t b + i|; \delta_4(\xi, \eta) = |\zeta(\xi, \eta) + t_0 b + i|;$$

$$\Psi_3(\xi, \eta) = \begin{cases} \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega'_{01}}(\xi, \eta) \mathcal{S}(\xi, \eta) - \overline{\omega_{01}}(\xi, \eta) \mathcal{S}'(\xi, \eta) + \overline{G_1}(\xi, \eta) & \text{if } \delta_1(\xi, \eta) \leq 0,3 \\ \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega'_{02}}(\xi, \eta) \mathcal{S}(\xi, \eta) - \overline{\omega_{02}}(\xi, \eta) \mathcal{S}'(\xi, \eta) + \overline{G_2}(\xi, \eta) & \text{if } \delta_2(\xi, \eta) \leq 0,3 \\ \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega'_{05}}(\xi, \eta) \mathcal{S}(\xi, \eta) - \overline{\omega_{05}}(\xi, \eta) \mathcal{S}'(\xi, \eta) + \overline{G_3}(\xi, \eta) & \text{if } \delta_4(\xi, \eta) \leq 0,3 \\ \Psi_3 \leftarrow D_4(\xi, \eta) \\ \Psi_3 \end{cases}$$

$$\Psi(\xi, \eta) = \frac{D_3(\xi, \eta) + \Psi_3(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)}$$

$$SX(\xi, \eta) = 4 \operatorname{Re}[\Phi(\xi, \eta)]; \quad SX_1(\xi, \eta) = 2 \left[\frac{\overline{\omega(\xi, \eta)} \Phi'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} + \Psi(\xi, \eta) \right];$$

$$\sigma_x(\xi, \eta) = \frac{SX(\xi, \eta) - \operatorname{Re}[SX_1(\xi, \eta)]}{2} + A_1 \cdot Y(\xi, \eta) + T_x;$$

$$\sigma_y(\xi, \eta) = \frac{SX(\xi, \eta) + \operatorname{Re}[SX_1(\xi, \eta)]}{2} + A_2 \cdot Y(\xi, \eta); \quad \tau_{xy}(\xi, \eta) = \frac{\operatorname{Im}[SX_1(\xi, \eta)]}{2} + A_3 \cdot Y(\xi, \eta);$$

$$\sigma\eta(\xi, \eta) = \frac{\sigma_x(\xi, \eta) + \sigma_y(\xi, \eta)}{2} - \frac{\sigma_x(\xi, \eta) - \sigma_y(\xi, \eta)}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right] - \tau_{xy}(\xi, \eta) \operatorname{Im} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right];$$

$$\tau\xi\eta(\xi, \eta) = \frac{\sigma_x(\xi, \eta) - \sigma_y(\xi, \eta)}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right] + \tau_{xy}(\xi, \eta) \operatorname{Re} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right];$$

$$\sigma\xi(\xi, \eta) = \frac{\sigma_x(\xi, \eta) + \sigma_y(\xi, \eta)}{2} + \frac{\sigma_x(\xi, \eta) - \sigma_y(\xi, \eta)}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right] - \tau_{xy}(\xi, \eta) \operatorname{Im} \left[\frac{\omega'(\xi, \eta)}{\omega'(\xi, \eta)} \right];$$

$$\sigma_1(\xi, \eta) = \frac{\sigma_x(\xi, \eta) + \sigma_y(\xi, \eta)}{2} + \frac{\sqrt{[\sigma_y(\xi, \eta) - \sigma_x(\xi, \eta)]^2 + 4\tau_{xy}^2(\xi, \eta)}}{2};$$

$$\sigma_2(\xi, \eta) = \frac{\sigma_x(\xi, \eta) + \sigma_y(\xi, \eta)}{2} - \frac{\sqrt{[\sigma_y(\xi, \eta) - \sigma_x(\xi, \eta)]^2 + 4\tau_{xy}^2(\xi, \eta)}}{2};$$

$$\tau_{\max}(\xi, \eta) = \frac{\sqrt{[\sigma_y(\xi, \eta) - \sigma_x(\xi, \eta)]^2 + 4\tau_{xy}^2(\xi, \eta)}}{2}.$$

Выполнен расчет полей напряжений в трехвыступной полубесконечной области при высоте среднего выступа 250 м, а крайние выступы имеют высоту 350 м. Параметры действующих сил приняты равными: боковой распор равен 0,5; объёмный вес горной породы – $g = 2,75 \times 10^{-2}$ т/м³. Сейсмические и тектонические силы равны нулю (таблица 2).

$k = 1-20$.

$Cont_{0,0} = t$; $Cont_{0,1} = x$; $Cont_{0,2} = y$; $Cont_{0,3} = cig_1$; $Cont_{0,4} = cig_2$; $Cont_{0,5} = N$;
 $Cont_{0,6} = T$; $Cont_{0,7} = T_{\max}$; $Cont_{k,0} = k - 6$; $Cont_{k,1} = X(k - 6, 0)$;
 $Cont_{k,2} = Y(k - 6, 0)$; $Cont_{k,3} = \sigma_1(k - 6, 0)$; $Cont_{k,4} = \sigma_2(k - 6, 0)$;
 $Cont_{k,5} = \sigma h(k - 6, 0)$; $Cont_{k,6} = txh(k - 6, 0)$; $Cont_{k,7} = \sigma x(k - 6, 0)$.

Таблица 2 – Значения напряжений в контурных точках склона гор

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------|-----|--------|-------|----------------------|--------|----------------------|----------------------|--------|
| | "t" | "x" | "y" | "cig 1" | "cig2" | "N" | "T" | "Tmax" |
| 1 | - 5 | -269.6 | 17.8 | 0 | -4.5 | 0 | 0 | -4.4 |
| 2 | - 4 | -237.5 | 21.5 | .3·10 ⁻¹⁵ | -5.8 | .3·10 ⁻¹⁵ | 0 | - 5 |
| 3 | - 3 | -209.8 | 30.8 | 0 | -9.5 | 0 | .3·10 ⁻¹⁵ | -2.3 |
| 4 | - 2 | -190.2 | 55.2 | 0 | -7.3 | .6·10 ⁻¹⁵ | .3·10 ⁻¹⁵ | -4.1 |
| 5 | - 1 | -170.2 | 129.9 | 0 | -1.7 | 0 | 0 | - 1 |
| 6 | 0 | 0 | 254.8 | 0 | -0.7 | 0 | 0 | -0.7 |
| 7 | 1 | 170.2 | 129.9 | 0 | -1.7 | 0 | 0 | - 1 |
| 8 | 2 | 190.2 | 55.2 | 0 | -7.3 | 0 | 0 | -4.1 |
| 9 | 3 | 209.8 | 30.8 | .8·10 ⁻¹⁵ | -9.5 | .8·10 ⁻¹⁵ | 0 | -2.3 |
| Cont = 1 0 | 4 | 237.5 | 21.5 | 0 | -5.8 | 0 | .1·10 ⁻¹⁵ | - 5 |
| 1 1 | 5 | 269.6 | 17.8 | 0 | -4.5 | 0 | 0 | -4.4 |
| 1 2 | 6 | 303.2 | 17.3 | 0 | -4.6 | 0 | 0 | -4.6 |
| 1 3 | 7 | 336.1 | 19.4 | .7·10 ⁻¹⁵ | -6.2 | .4·10 ⁻¹⁵ | .1·10 ⁻¹⁵ | -5.9 |
| 1 4 | 8 | 365.9 | 25.3 | .7·10 ⁻¹⁵ | -11 | .9·10 ⁻¹⁵ | 0 | -7.3 |
| 1 5 | 9 | 389.1 | 38.8 | .2·10 ⁻¹⁴ | -19.8 | .1·10 ⁻¹⁴ | .1·10 ⁻¹⁵ | -0.2 |
| 1 6 | 1 0 | 400.6 | 73.2 | 0 | -9.4 | 0 | 0 | -9.1 |
| 1 7 | 1 1 | 412.7 | 177.7 | 0 | -2.2 | 0 | 0 | -1.7 |
| 1 8 | 1 2 | 635.2 | 352.3 | 0 | -0.9 | 0 | .2·10 ⁻¹⁵ | -0.9 |
| 1 9 | 1 3 | 858.1 | 177 | 0 | -2.3 | 0 | 0 | -1.7 |
| 2 0 | 1 4 | 871.2 | 71.8 | 0 | -9.9 | 0 | .8·10 ⁻¹⁵ | -9.4 |
| 21 | | | | | | | | |

Изолинии равных значений горизонтальных и вертикальных напряжений и касательных напряжений показаны на рисунках 5–7 и описаны в векторных функциях $F_x, F_y, F\tau_{xy}$:

$$F_x(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \sigma_x(\xi, \eta) \end{pmatrix}; \quad F_y(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \sigma_y(\xi, \eta) \end{pmatrix}; \quad F\tau_{xy}(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \tau_{xy}(\xi, \eta) \end{pmatrix}.$$

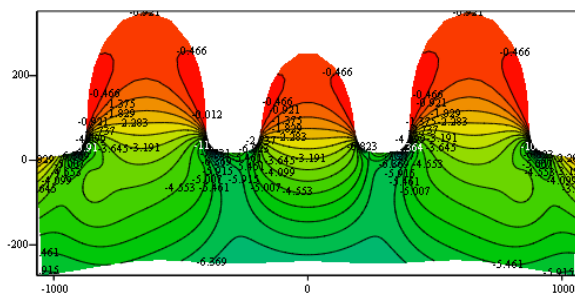


Рисунок 5 – Горизонтальная σ_x

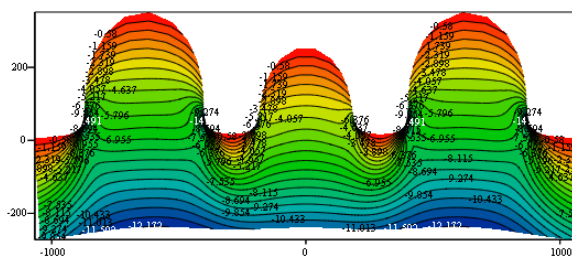


Рисунок 6 – Вертикальная σ_y

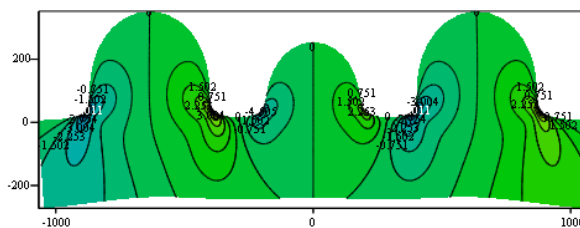


Рисунок 7 – Касательная T_{xy}

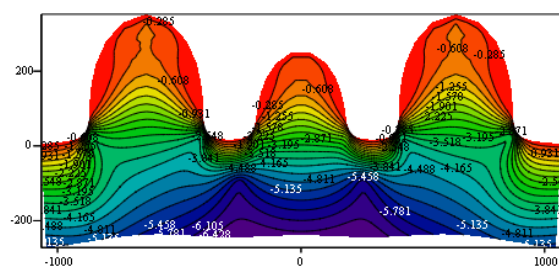


Рисунок 8 – Максимальная нормальная σ_2

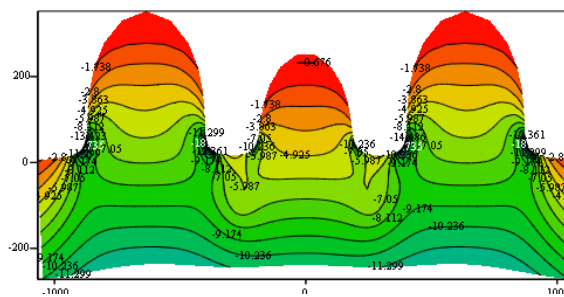


Рисунок 9 – Максимальная нормальная σ_1

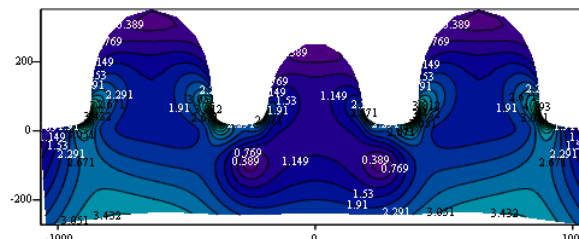


Рисунок 10 – Максимальная касательная T_{max}

Главные нормальные и максимальные касательные напряжения приведены на рисунках 8–10 и описаны в векторных функциях $F_1, F_2, F_{\tau_{max}}$.

$$F_1(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \sigma_1(\xi, \eta) \end{pmatrix}; \quad F_2(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \sigma_2(\xi, \eta) \end{pmatrix}; \quad F_{\tau_{max}}(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \tau_{max}(\xi, \eta) \end{pmatrix}$$

Для изучения напряженного состояния системы трёх гор, когда их высота и расстояние между ними различны, достаточно варьировать значениями параметров отображающей функции.

Литература

1. Жумабаев Б. Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом / Б. Жумабаев. Фрунзе: Илим, 1988. 190 с.
2. Калинин Э.В. Изменение напряженного состояния массива горных пород в основании глубоких речных долин при заполнении водохранилища руд / Э.В. Калинин // Вопросы формирования и устойчивости высоких склонов. М.: МГУ, 1970. С. 97–104.
3. Напряженное состояние земной коры (по измерениям в массиве горных пород). М.: Наука, 1973. 186 с.
4. Тер-Мартirosян З.Г. Напряженное состояние горных массивов в поле гравитации / З.Г. Тер-Мартirosян, Д.М. Ахпателов // ДАН СССР, 1976. Т. 220. № 2. С. 311–314.
5. Жумабаев Б. Методика моделирования и аналитическое описание напряженно-деформированного состояния массивов склона горы с уступами / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Вестник Забайкальского госуд. ун-та, 2016. Том 22. № 1. С. 4–16.
6. Жумабаев Б. Напряженное состояние массивов вблизи уступа на склоне горы при действии сил гравитации и сеймики / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Естественные и технические науки. 2015. № 12. С. 53–61.