УДК [531.231:621.548]:004.896

# ОЦЕНКА МОМЕНТА ИНЕРЦИИ РОТОРА ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ И СОПОСТАВЛЕНИЕ С МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ ПО УПРОЩЕННОЙ 3D МОДЕЛИ

### А.А. Баклыков, А.Б. Колесников, И.В. Колесникова, В.В. Мохнаткин, А.С. Садчиков

Представлен способ определения момента инерции ротора ветроэнергетической установки опытным путем по измеряемым динамическим параметрам существующей ветроэнергетической установки. Исследуется возможность построения упрощенной 3D модели ротора этой турбины в среде автоматизированного проектирования, сопоставляется момент инерции реальной конструкции с упрощенной моделью, полученной с помощью ПО SolidWorks. Построение 3D модели и расчет момента инерции этой модели с помощью САПР позволяют получить этот показатель работы ротора, самой большой и тяжелой вращающейся части турбины. Полученные результаты можно использовать в дальнейших инженерных расчетах, что удешевляет процесс проектирования.

Ключевые слова: расчет момента инерции ротора; 3D модель ротора; ветроэнергетическая установка; лопасть.

# ДИНАМИКАЛЫК ПАРАМЕТРЛЕР БОЮНЧА ШАМАЛ ЭНЕРГЕТИКАЛЫК ТҮЗҮЛҮШТҮН ИНЕРЦИЯ УЧУРУН БААЛОО ЖАНА ЖӨНӨКӨЙЛӨТҮЛГӨН 3D МОДЕЛИ БОЮНЧА ИНЕРЦИЯ УЧУРУ МЕНЕН САЛЫШТЫРУУ

## А.А. Баклыков, А.Б. Колесников, И.В. Колесникова, В.В. Мохнаткин, А.С. Садчиков

Макалада шамал энергетикалык механизминин роторунун инерция учурун иштеп жаткан шамал электр станциясынын өлчөнгөн динамикалык параметрлери боюнча эмпирикалык түрдө аныктоо ыкмасы берилген. Бул турбинанын роторунун жөнөкөйлөштүрүлгөн 3D моделин автоматташтырылган долбоорлоо чөйрөсүндө куруу мүмкүндүгү изилденип, реалдуу конструкциянын инерция моменти SolidWorks программалык камсыздоонун жардамы менен алынган жөнөкөйлөштүрүлгөн модель менен салыштырылган. 3D моделин түзүү жана автоматташтырылган долбоорлоо системасы аркылуу бул моделдин инерция моментин эсептөө ротордун бул көрсөткүчүн, турбинанын эң чоң жана эң оор айлануучу бөлүгүн алууга мүмкүндүк берет. Алынган натыйжалар мындан аркы инженердик эсептөөлөрдө колдонулушу мүмкүн, бул долбоорлоо процессинин наркын төмөндөтөт.

*Түйүндүү сөздөр:* ротордун инерция моментин эсептөө; ротордун 3D модели; шамал энергетикалык механизми; бычак.

# ESTIMATION OF THE WIND TURBINE ROTOR MOMENT OF INERTIA VIA DYNAMIC PARAMETERS AND COMPARISON WITH THE CALCULATED THE SIMPLIFIED 3D MODEL MOMENT OF INERTIA

A.A. Baklykov, A.B. Kolesnikov, I.V. Kolesnikova, V.V. Mokhnatkin, A.S. Sadchikov

This paper presents a method for determining the moment of inertia of the rotor of a wind turbine empirically based on the measured dynamic parameters of an existing wind turbine. The possibility of constructing a simplified 3D model of the rotor of this turbine in a computer-aided design environment is also being investigated, the moment of inertia of a

real structure is compared with a simplified model obtained using SolidWorks software. The construction of a 3D model and the calculation of the moment of inertia of this model using CAD allow us to obtain this indicator of the operation of the rotor, the largest and heaviest rotating part of the turbine. The results obtained can be used in further engineering calculations, which reduces the cost of the design process.

Keywords: calculation of the moment of inertia of the rotor; 3D model of the rotor; wind turbine; blade.

**Введение.** В настоящее время широкое распространение получили средства автоматизированного проектирования (САПР) при проведении конструкторских работ, инженерных расчетов и научных исследований, в том числе и при производстве ветроэнергетических установок (ВЭУ).

При проектировании ВЭУ большую роль играет моделирование динамических нагрузок, возникающих в процессе работы, в частности, расчёта таких параметров, как момент инерции ротора [1, с. 236]. Знание значения момента инерции позволяет рассчитывать динамические нагрузки, действующие на систему при её функционировании и проектировать правильные прочностные и усталостные характеристики конструкции.

Так, осевой момент инерции тела *J* является мерой инертности тела во вращательном движении вокруг оси подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении. Его нахождение сводится к вычислению следующего интеграла:

$$J = \int r^2 dm \,, \tag{1}$$

где dm – масса малого элемента тела; r – расстояние до этого элемента от оси вращения.

Ротор ВЭУ – механизм, состоящий из множества частей (вал, ступица, экстендеры, лопасти), каждая из которых имеет сложную форму и строение. При конструировании ВЭУ широко применяют композитные материалы, например, лопасти установок изготавливают из стеклопластика. Лопасти имеют сложную внутреннюю структуру, как правило, состоящую из обшивки и лонжерона (балки), который может быть выполнен в виде отдельного конструкционного элемента или быть встроенным в структуру обшивки. Как правило, лонжерон состоит из однонаправленных волокон, обшивка имеет более простую структуру и формуется из стекломата – материала, сделанного из хаотически направленного рубленного стекловолокна и ячеистого материала (пенопласт, дерево, сотовый наполнитель), придающего обшивке необходимую жесткость, поэтому вычисление интеграла (1) аналитически невозможно и сводится к численному вычислению с помощью специализированного ПО. При этом точность вычисления зависит от качества детализации построенной модели. Моделировать структурную конструкцию лопасти сложно и дорого. Многие известные средства автоматизированного проектирования не позволяют качественно это сделать.

При проведении конструкторских работ часто возникает необходимость оценки многих вариантов конструкции или проведении нескольких итераций при эволюционировании одной конструкции. С учетом того, что стоимость проектирования в конечном итоге переносится на стоимость изделия, а стоимость ВЭУ влияет на такие ключевые экономические показатели, как стоимость установленного киловатта или себестоимость произведенного киловатт-часа, большое значение приобретают способы определенного упрощения и, соответственно, удешевления процесса конструирования.

В данной статье представлен способ определения момента инерции ротора ВЭУ опытным путем, проанализирована возможность построения упрощенной модели ротора в среде автоматизированного проектирования, сравнивается момент инерции этой упрощенной модели с реальной конструкцией.

**Определение момента инерции ротора ВЭУ по 3D модели.** В ООО «ТЭМЗ» разработана ветроэнергетическая установка мощностью 20 кВт, оснащенная лопастями собственного производства. Вся модель ВЭУ была построена с помощью ПО SolidWorks. Был определен момент инерции ветроколеса относительно оси вращения ротора ВЭУ. В сборку ротора входят кок и цельносварная ступица, с присоединёнными к ней через переходные фланцы тремя лопастями. Лопасти разведены друг относительно друга на 120 градусов в плоскости вращения ветроколеса (рисунок 1). Для упрощения трехмерной модели, а также для упрощения расчетов лопасть представлена в виде неполого твердотельного объекта, соответствующего своей формой, массой и центром тяжести реальной лопасти. Для определения численного значения момента инерции в рабочей среде ПО SolidWorks использована функция «массовые характеристики», которая производит численное вычисление интеграла (1) с помощью квадратурной формулы Гаусса. Порядок многочлена, применяемого для интерполяции исходной функции, а также параметры сетки разбиения для достижения максимальной точности настраиваются автоматически.

Итоговое расчетное значение момента инерции ротора выбрано из матрицы результатов для расчета момент инерции относительно оси OZ и составило 1065,4 кг·м<sup>2</sup> (рисунок 2) [2].

Для определения момента инерции реального ротора был предложен следующий способ. Как было отмечено, момент инерции является мерой инертности тела и его вычисление возможно с помощью динамических характеристик ротора, полученных в процессе испытаний ВЭУ, по формуле:

$$J = \frac{M}{\varepsilon},\tag{2}$$

где M – момент силы, создаваемый набегающим потоком ветра;  $\varepsilon$  – угловое ускорение вращения ротора.

Полной мощностью ротора ВЭУ будем называть скалярную физическую величину, характеризующую мгновенную скорость передачи энергии набегающего потока на вал генератора за счет создания крутящего момента  $dF_T$  как составной части подъемной силы  $dF_L$ , воздействующей на аэродинамический профиль лопасти (рисунок 3) [3].

Причем величина подъемной силы зависит не только от модуля скорости ветра у лопасти V(1-a), но и от угла обдува профиля  $\alpha$  (угла атаки) на различных сечениях лопасти, который равен разности между углом наклона вектора относительной скорости ветра  $V_{rel}$  к оси вращения ротора, полученного как векторная сумма скорости ветра у ротора и вектора линейной скорости вращения  $\omega r$  данного сегмента лопасти и круткой лопасти в данном сегменте  $\theta_p$ . Другими словами, полная мощность ротора ВЭУ зависит от скорости ветра, скорости вращения и конфигурации лопасти. Поскольку параметры лопасти определяются на этапе проектирования, и в процессе работы ВЭУ остаются неизменными,



Рисунок 1 – Ротор ВЭУ разработки и производства ООО «ТЭМЗ»

Болт_М16x60_ГОСТ_7798-7 Болт_М16x60_ГОСТ_7798-7 Болт_М16x60_ГОСТ_7798-7 Болт_М16x60_ГОСТ_7798-7	0-1@899_20_11M_C1 0-10@899_20_11M_C 0-11@899_20_11M_C 0.12@899_20_11M_C	-00.00_Ступичн л Т-00.00_Ступич Т-00.00_Ступич	Параметры	
Переопределить массовы	е характеристики	Пересчитать		
🗹 Включить скрытые тела,	′компоненты			
Отображать массу свар	ного шва			
ообщать значения коордо относител	инат по умо.	лчанию	~	
Массовые характеристик Система координат:	и: выбранные комп по умолчанию	оненты		
* Включает массовые хар	актеристики одног	о или нескольких (	крытых компонен	нтов/тел.
Масса = 261.0 килограмм	08			
Объем = 0.5 кубические	метры			
Площадь поверхности =	19.0 квадратные ме	тры		
Центр тяжести: (метры) X = 0.0 Y = 0.0 Z = -0.1				
Основные оси инерции и	основные момент	ы инерции: ( кило	граммов * квадра	тные метры )
$\begin{aligned} ix &= (-0.5, \ 0.9, \ 0.0) \\ iy &= (-0.9, \ -0.5, \ 0.0) \\ iz &= (0.0, \ 0.0, \ 1.0) \end{aligned}$	Px = 534.4 Py = 534.4 Pz = 1065.4			
Моменты инерции: (кил	ограммов * квадрат	ные метры )		
Определяются в центре т	яжести и выравнив	аются относитель	но системы коорд	инат вывода.
Lxx = 534.4	Lxy = 0.0	Lxz = 0	0	
Lyx = 0.0 Lzx = 0.0	Lyy = 554.4 Lzy = 0.0	Lyz = 0 Lzz = 1	065.4	
Моменты инерции: ( кило Вычисляется с помощью	ограммов * квадрат системы координат	ные метры ) вывода.		
lxx = 540.0	lxy = 0.0	Ixz = 0.	0	
yx = 0.0	lyy = 540.0	lyz = 0.	0	
IZX = 0.0	12y = 0.0	122 = 10	100,4	

Рисунок 2 – Массовые характеристики ротора ВЭУ



Рисунок 3 – Геометрия лопасти

можно, пренебрегая другими незначительными факторами (атмосферное давление, температура воздуха и т. п.), записать:

$$P_{\mu\nu} = F(V,\omega)$$
(3)

Зафиксировав  $\omega$  на определенных значениях, получим семейство кривых  $P_{a.\kappa,\omega} = F(V)$ , зависимости мощности от скорости ветра на определенных оборотах ротора. На рисунке 4 представлено семейство таких кривых, рассчитанных для лопасти «SEEVERCO-6» разработки ООО «ТЭМЗ» с помощью ПО «WT perf».

С другой стороны, исходя из работы, совершаемой ротором, мощности, создаваемые им в определенный момент времени, распределяются следующим образом:

$$P_{_{6.\kappa.}} = \frac{P_{_{2n.}}}{C_{_{\Gamma}}} + P_{_{pase.}} + P_{_{mpanc.}}, \tag{4}$$

где  $P_{g.K.}$  – мощность, создаваемая ротором;  $P_{g.n.}$  – электрическая мощность, вырабатываемая генератором;  $C_{g.}$  – КПД генератора;  $P_{pase.}$  – мощность, расходуемая на разгон ротора ( $P_{pase.} > 0$ ) или его торможение ( $P_{pase.} < 0$ );  $P_{mpane.}$  – мощность, расходуемая на преодоление силы трения в движущихся узлах (поскольку в ВЭУ используется безредукторное соединение ротора-генератора, данная мощность достаточно мала и ей можно пренебречь).

Следует отметить, что при использовании асинхронного генератора в составе ВЭУ, ротор вращается в очень узком диапазоне оборотов и  $P_{pase.} \approx 0$ . В ВЭУ производства ООО «ТЭМЗ», использован синхронный генератор на постоянных магнитах, он работает в широком диапазоне оборотов, что позволяет, варьируя нагрузку, подобрать оптимальные обороты, на которых ротор будет иметь максимальную мощность для текущей скорости ветра.

В свою очередь, мощность, расходуемая на разгон ротора ВЭУ, равна:



Рисунок 4 – Семейство кривых  $P_{\hat{a}.\hat{e}..\omega} = F(V)$ 

$$P_{pase.} = M \cdot \omega = M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60},\tag{5}$$

где M – момент силы, создаваемый на валу ротора;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора; n – частота вращения ротора (об/мин).

Момент силы можно вычислить как:

$$M = J \cdot \varepsilon = J \frac{d\omega}{dt},\tag{6}$$

где *J* – момент инерции ротора; є – угловое ускорение вращения ротора.

Производную для вычисления углового ускорения можно аппроксимировать как

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{t_i - t_{i-1}},\tag{7}$$

где  $\omega_i, \omega_{i-1}$  – значения угловой скорости, замеренные в последовательные моменты времени  $t_i, t_{i-1}$ .

Расчет момента инерции по динамическим характеристикам. Исходя из выражений (3) и (4), найдем в данных набор замеров, произведённых на протяжении небольшого промежутка времени, например, одной секунды. На протяжении секунды скорость ветра, как правило, меняется незначительно и ее можно считать постоянной. Также обороты ротора для этих наборов должны быть приблизительно одинаковы, как видно на рисунке 2, для разных оборотов на одной и той же скорости ветра мощность может сильно различаться. Для таких наборов замеров можно предположить, что  $P_{e.\kappa,j} \approx P_{e.\kappa,j}$ . Важно также, чтобы  $P_{paзe.} \gg 0$ , иначе относительная погрешность становится неприемлемо большой из-за неучета ряда малосущественных факторов, аппроксимации дискретной моделью, погрешности измерения и т. п.

Таким образом, полное условие для поиска пар замеров запишем в следующем виде:

$$\begin{cases} t_i - t_j \leq 1 ce\kappa, \\ |\omega_i - \omega_j| \leq \frac{\pi}{40}, \\ \varepsilon \geq \frac{\pi}{40}. \end{cases}$$

$$(8)$$

Такие наборы встречаются в момент включения или выключения контактора генератора, когда ротор ВЭУ переходит от разгона к торможению или, наоборот, от торможения к разгону. Используя выражения (4)–(7) для моментов времени  $t_i, t_i$ , получим:

$$J = \frac{P_{\mathcal{I},i} - P_{\mathcal{I},j}}{C_{\Gamma} \left( \omega_{j} \varepsilon_{j} - \omega_{i} \varepsilon_{i} \right)}.$$
(9)

Всего среди реальных данных было найдено 220 пар замеров, в которых выполнялись все описанные выше условия. Рассчитав для них значения момента инерции ( $C_{\Gamma} = 0,83$ ) по формуле (9), получили следующее распределение оценки момента инерции ротора ВЭУ: где ядерная оценка плотности (ЯОП, англ. *Kernel Density Estimation*, KDE) – это непараметрический способ оценки плотности случайной величины. Получаем среднее значение оценки, равное 1078 кг/м<sup>2</sup>.

*Статистическая обработка результатов [4].* Прежде чем приступить к обработке результатов исследования, важно понимать, как распределены полученные оценки. На рисунке 5 видно, что



Рисунок 5 – Распределение оценки момента инерции

распределение очень похоже на нормальное. Для проверки гипотезы о распределении непрерывной случайной величины будем использовать специальные критерии нормальности Шапиро–Уилка. Его применяют для оценки согласия реального распределения с определённым видом теоретического распределения.

Сформулируем гипотезы:

Гипотеза НО: оценки момента инерции, распределены по нормальному закону.

Альтернативная гипотеза H1: закон распределения не является нормальным.

Для проверки гипотезы будем использовать библиотеку Scipy для языка Python. Для выполнения теста Шапиро–Уилка предназначена функция shapiro.

Полученный результат (Statistics = 0.995, p = 0.750), нельзя отвергнуть гипотезу H0 – что оценки распределены по нормальному закону.

Для достоверности также проверим критерий Колмогорова (Колмогорова–Смирнова): подчиняется ли случайная величина некоторому теоретическому закону распределения, если его параметры известны. Проверку можно проводить для любого вида распределения. Критерий основан на определении максимального отклонения накопленной частости (эмпирической функции распределения) от предполагаемой теоретической функции распределения. Для проверки критерия Колмогорова в библиотеке Scipy предназначена функция kstest. Полученный результат (Statistic = 0.03025, pvalue = 0.984) – нельзя отвергнуть гипотезу H0.

В выборке с результатами испытаний могут содержаться одно или несколько значений, заметно отличающихся от остальных. Причиной их появления, скорее всего, является резкое изменение скорости ветра для пары замеров, отобранных по условию (8). В таком случае, будем считать их появление случайными. Будем оценивать их по статистическому критерию грубых ошибок (аномальности). Если это грубые погрешности, исключим их из результатов испытаний.

Для нормально распределенной случайной величины при оценке на грубую ошибку одного значения выборки часто используют критерий Н.В. Смирнова (другие названия – критерий Граббса, критерий Смирнова–Граббса).

При известной генеральной дисперсии  $\sigma^2$  (например, когда генеральная дисперсия достаточно точно известна по текущим измерениям) используют  $t_{\alpha,k}$ . коэффициент Стьюдента с k = n - 1 – числом степеней свободы:

$$\overline{J} - t_{a,k} \cdot \sigma \le J_i \le \overline{J} + t_{a,k} \cdot \sigma \,. \tag{10}$$

Если генеральная дисперсия не известна с достаточной точностью, при объёме испытаний более 25, выборочное СКО достаточно близко к генеральному. Таким образом, получаем условие для удаления выбросов:

$$662.63 \le J_i \le 1493.31. \tag{11}$$

В наших данных аномальных значений не оказалось.

Чтобы при испытаниях получить оценку характеристики объекта испытаний с требуемой точностью и достоверностью, объем испытаний (объем выборки) должен быть не меньше некоторой величины.

Если испытания проводят для оценки математического ожидания, то при нормальном распределении характеристики, минимально необходимый объем испытаний можно найти из соотношения:

$$n = \frac{\gamma^2 \cdot z_{1-\alpha/2}}{\Delta_M^2}.$$
(12)

Здесь  $\gamma$  – генеральный коэффициент вариации; *z* – квантиль стандартного нормального распределения;  $\alpha$  – уровень значимости;  $\Delta M$  – максимальная относительная ошибка (допуск) при оценке математического ожидания в долях математического ожидания (или среднего значения).

Так как нам не известен генеральный коэффициент вариации, заменим его выборочным коэффициентом вариации 9, полученным в процессе эксперимента. Достаточность объема испытаний будем корректировать по формуле:

$$n = \frac{\mathcal{9}^2 t_{\alpha,k}}{\Delta_M^2}.$$
(13)

Здесь  $\overline{t_{ak}}^{M}$  – коэффициент Стьюдента; k = n - 1 – число степеней свободы.

Так как мы не можем влиять на объем данных, подходящий под условия (8), оценим примерную величину допуска на основе имеющихся данных и исходя из уровня значимости  $\alpha = 0.05$ :

$$\Delta_{M} = \sqrt{\frac{9^{2} t_{\alpha,k}}{n}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{119.11}{1077.97}\right)^{2} \cdot 3.487}{220}} = 0.0139 .$$
(14)

Таким образом, исходя из объема выборки, можно оценить точность средней оценки момента инерции как:

$$J \in \left[\overline{J} - \Delta_M \cdot \overline{J}; \overline{J} + \Delta_M \cdot \overline{J}\right]. \tag{15}$$

И получаем, что

$$J \in [1062.97; 1092.97].$$

Так как 95 % доверительный интервал для среднего значения момента инерции получился достаточно узкий (±1,4 %), то можно говорить о достаточно высокой точности предложенного метода определения момента инерции ветроколеса.

Очевидно, что расчетное значение момента инерции ротора ВЭУ, полученное с помощью упрощенной 3D модели САПР, равное 1065,4 кг·м<sup>2</sup>, лежит внутри интервала значений, полученного опытным путем.

Таким образом, полученные результаты доказывают, что при использовании упрощенных 3D моделей САПР при расчетах динамических характеристик возможно получить необходимые данные с приемлемой погрешностью и использовать их в дальнейших инженерных расчетах.

#### Литература

- 1. *Burton T.* Wind Energy Handbook / T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins, E. Bossanyi. United States: Wiley&Sons, 2001. 617 c.
- 2. SOLIDWORKS Simulation: Theoretical manual // Dassault Systemes. France, 2021. 114 c.
- 3. *Manwell, James F.* Wind energy explained: theory, design and application 2nd edition / James F. Manwell, Jon G. McGowan, Anthony L. Rogers. United States: Wiley&Sons, 2010. 704 c.
- 4. *Степанов М.Н.* Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справочник / М.Н. Степанов // М.: Машиностроение, 1985. 292 с.