

УДК 621.313

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННЫХ
ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ДВУХСТОРОННЕГО ПИТАНИЯ**

И.В. Бочкарев, К.К. Келебаев

Получена универсальная математическая модель асинхронного электродвигателя двухстороннего питания с использованием спирально-векторной теории электрических машин переменного тока, которая позволяет провести расчет и анализ статических и динамических электромагнитных процессов при регулировании двигателя по цепи ротора.

Ключевые слова: турбомеханизм; асинхронный двигатель с двухсторонним питанием; спиральный вектор; схема замещения электродвигателя.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE ASYNCHRONOUS
ELECTRIC MOTOR WITH TWO-WAY POWER SUPPLY**

I. V. Bochkarev, K. K. Kelebayev

A universal mathematical model of an asynchronous electric motor of two-side power supply using the spiral-vector theory of electric machines of alternating current is obtained. It allows to calculate and analyze static and dynamic electromagnetic processes during engine regulation along the rotor circuit.

Keywords: turbomechanism; asynchronous motor with two-way power supply; spiral vector; motor replacement circuit.

Одним из приоритетных направлений развития технологического оборудования является его переход на системы регулируемых электроприводов (РЭП). При этом общей тенденцией является замена в системах РЭП машин постоянного тока на более надежные и дешевые асинхронные двигатели (АД), поскольку на рынке появились эффективные и доступные силовые преобразователи частоты. Наибольшая эффективность перехода на системы РЭП имеет место в системах, которые работают круглосуточно, причем в переменных режимах. К таким системам относятся турбомеханизмы (центробежные насосы, вентиляторы, компрессоры и др.), у которых момент имеет квадратичную зависимость от скорости [1]. Система их электропривода обычно выбирается с учетом обеспечения работы с максимальной производительностью оборудования. Однако время работы турбомеханизмов (ТМ) в таком режиме составляет только часть общего времени работы, причем зачастую незначительную. В результате приводной электродвигатель имеет значительно избыточную мощность и, соответственно, энергопотребление неуправляемых систем ЭП ТМ сильно завышено. Достаточно сказать, что примерно 25 % всей вырабатываемой электроэнергии расходуется электроприводом ТМ. При этом следует отметить, что применение РЭП обеспечивает не только экономию электроэнергии, но и улучшение технологических параметров работы ТМ.

Очевидно, что заданные технологические режимы работы ТМ однозначно определяются параметрами и характеристиками их электроприводов. Обзор современных электроприводов центробежных механизмов, в том числе и регулируемых, показал, что они в подавляющем большинстве построены на базе асинхронных короткозамкнутых электродвигателей. Доля таких электроприводов достигает до 70 %. При этом проведенный анализ особенностей работы ТМ показал, что их электропривод наиболее целесообразно строить на базе асинхронных двигателей двухстороннего питания (АДДП), для регулирования скорости которых используются преобразователи частоты, установленные в цепи роторной обмотки [2, 3]. Требуемая мощность этих преобразователей в 4÷5 раз меньше, чем в обычной системе “преобразователь частоты – асинхронный короткозамкнутый двигатель”, т. к. преобразованию подвергается только мощность роторной цепи. Кроме

того, эта особенность управления АДДП обеспечивает уменьшение величины потребляемой реактивной мощности и даже позволяет им работать в качестве компенсатора реактивной мощности.

Для комплексного улучшения технико-экономических показателей РЭП на базе асинхронных электродвигателей необходимо провести их подробный анализ и синтез с применением математического моделирования электромеханических и электромагнитных процессов. Главной проблемой при этом является отсутствие единого математического описания для установившихся и переходных режимов работы асинхронных двигателей различных типов. Поэтому разработка универсальной математической модели, позволяющей описывать системы электропривода на базе АД, является весьма актуальной задачей, имеющей важное научное и производственно-хозяйственное значение.

Для разработки математической модели асинхронного двигателя, описывающей как установившиеся, так и переходные процессы, можно использовать спирально-векторную теорию теории электрических машин переменного тока, предложенную японским ученым Сакае Ямамура [4, 5]. Согласно этой теории, АД описывается спиральным вектором, который является экспоненциальной функцией времени с комплексным коэффициентом при аргументе

$$i = A \cdot e^{\delta t}; \delta = -\lambda + j \cdot \omega. \quad (1)$$

Для решения поставленной задачи наиболее удобным инструментом, позволяющим получить наглядное решение, является система MathcadPro. На комплексной плоскости функция (1), обработанная с помощью этой системы, представляет собой спираль (рисунок 1), которая при $l = 0$ вырождается в окружность, соответствующую модулю вектора переменной в установившемся режиме работы двигателя, при $w = 0$ имеем затухающий процесс. Таким образом, с помощью спирального вектора можно описывать как установившиеся, так и переходные процессы в цепях двигателя переменного тока.

В [4] показано, что если спиральный вектор вращается против часовой стрелки на комплексной плоскости и частота $\omega > 0$, то величины, определяемые $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$, движутся в положительном направлении координатной оси. Использование указанных понятий позволяет применить для решения уравнений переходных процессов АД классические методы теоретической электротехники.

Дифференциальные уравнения асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором согласно спирально-векторной теории электрических машин переменного тока можно записать в виде матрицы с комплексными переменными [4, 5]:

$$\begin{vmatrix} u_1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r_1 + (l_1 + l_m)p & l_m p \\ l_m (p - j\omega) & r_2 + (l_2 + l_m)(p - j\omega) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где u_1 – питающее напряжение статорной цепи АД; i_1, i_2 – токи статора и ротора АД; r_1, r_2 – активные сопротивления фазы статора и ротора; l_1, l_2 – индуктивности рассеяния фазы статора и ротора; l_m – индуктивность контура намагничивания; ω – угловая частота вращения ротора; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Выражение (2) описывает как динамические, так и статические процессы в АД. Переменные u_p, i_p, i_2 выражаются через спиральные векторы, причем для установившегося режима работы оператор дифференцирования p надо заменить на $j\omega_0$ и векторы становятся круговыми.

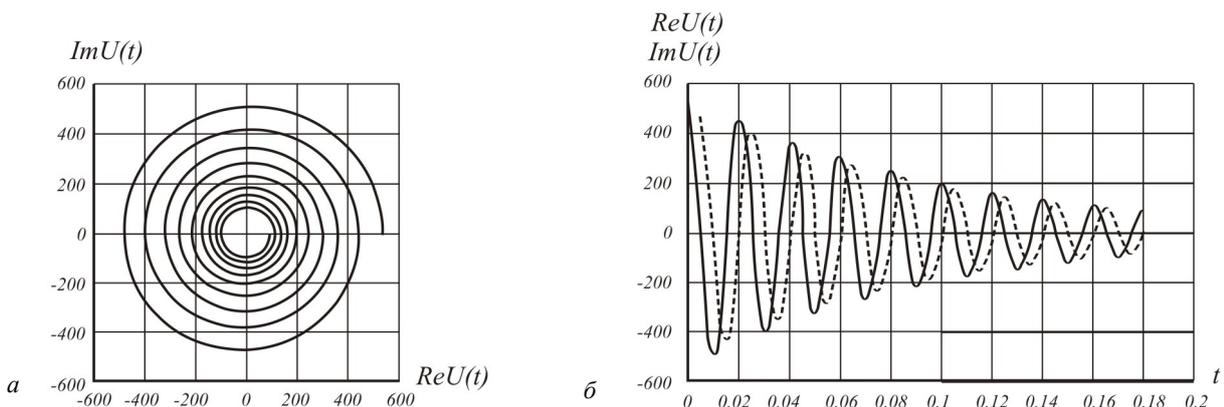


Рисунок 1 – Спиральный вектор на комплексной плоскости (а) и в координатах времени (б)

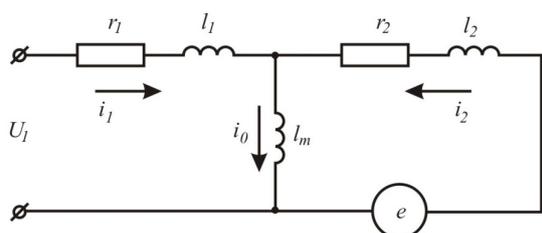


Рисунок 2 – Схема замещения АД, регулируемого по цепи статора

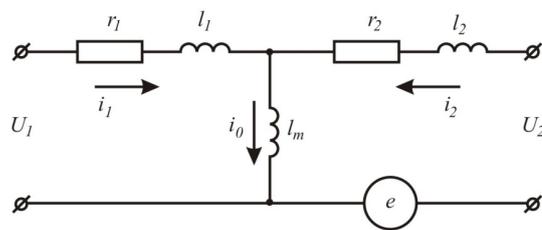


Рисунок 3 – Схема замещения АД, регулируемого по цепям статора и ротора

Из уравнения (2) легко получить эквивалентную схему замещения (рисунок 2), в которой электромагнитные связи заменены электрическими. Такая схема замещения позволяет выполнить расчет и анализ статических и динамических электромагнитных процессов при регулировании АД по цепи статора, например, при $f_1 = var$.

Отметим, что эта схема замещения справедлива для неподвижной системы координат, а вращение ротора учитывается с помощью добавочной ЭДС вращения $e = -j\Psi_2\omega$, положительное направление которой совпадает с направлением тока ротора (Ψ_2 – потокосцепление ротора).

Покажем возможность применения указанного метода и к асинхронным электродвигателям других типов, таким как асинхронные вентильные каскады и АДДП. Такие двигатели имеют фазный ротор и управляются со стороны ротора путем регулирования амплитуды и фазы напряжения, подводимого к ротору от НПЧ с напряжением u_2 и частотой $\omega_2 = \omega_\rho s$, где ω_0 – угловая частота вращения поля статора; $s = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$ – скольжение ротора:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + (l_1 + l_m)p & l_m p \\ l_m(p - j\omega) & r_2 + (l_2 + l_m)(p - j\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Уравнение (3) и соответствующая ему схема замещения (рисунок 3) в наиболее общем виде описывают различные варианты схем регулирования АД.

Приведенные выше уравнения записаны в комплексных осях. Выбор системы координат определяется типом АД и системой его управления. В случае питания со стороны статора (короткозамкнутые АД по схемам ПЧ-АД, ТРН-АД) при выборе преобразователя необходимо учесть реальную форму токов и напряжений статора, что удобнее делать в системе координат α, β , жестко связанной с неподвижным статором. При расчете преобразователей в каскадных схемах значения токов и напряжений целесообразно рассматривать в координатах d, q , вращающихся с ротором. Поскольку напряжения и токи изменяются по гармоническому закону, то элементы математической модели в обоих случаях получаются достаточно громоздкими. В синхронных координатах x, y векторы электромагнитных величин неподвижны относительно поля статора, и в модели становятся постоянными величинами.

Получим наиболее общий вариант описания электромагнитных процессов в электроприводах переменного тока различных типов.

Спиральный вектор переменных АД в системе координат u, v , вращающихся с произвольной скоростью ω_κ , запишем в виде

$$i = A \cdot e^{\delta_1 t} e^{-j\omega_\kappa t} \quad \text{или} \quad i = A \cdot e^{\delta_1 t}, \quad (4)$$

где $\delta_1 = -\lambda + j(\omega - \omega_\kappa)$.

После преобразований уравнение (3) с учетом (4) приобретет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + (l_1 + l_m)(p + j\omega_\kappa) & l_m(p + j\omega_\kappa) \\ l_m(p + j(\omega_\kappa - \omega)) & r_2 + (l_2 + l_m)(p + j(\omega_\kappa - \omega)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Анализ полученного выражения показывает, что оно аналогично уравнению обобщенного электро механического преобразователя, в котором переменные u_1, u_2, i_1, i_2 являются спиральными векторами, описываемыми в произвольной системе координат. Важным достоинством предлагаемого метода является возможность использования в математических моделях одного исходного уравнения (5) для различных систем асинхронных электродвигателей. Разные варианты АД и, соответственно, запись для различных систем

координат являются частным случаем. Так, при моделировании системы “ПЧ – АД” в осях α, β принимаем в (5) $u_2 = 0$ и $\omega_\kappa = 0$; в синхронных осях $\omega_\kappa = \omega_0$.

Запись обобщенного вектора в виде проекций на соответствующие оси координат позволяет наиболее просто провести расчет действующих значений токов и напряжений:

$$\begin{pmatrix} u_{1u} \\ u_{1v} \\ u_{2u} \\ u_{2v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + p(l_1 + l_m) & -\omega_\kappa(l_1 + l_m) & pl_m & -\omega_\kappa l_m \\ \omega_\kappa(l_1 + l_m) & r_1 + p(l_1 + l_m) & \omega_\kappa l_m & pl_m \\ pl_m & -\omega_\kappa sl_m & r_2 + p(l_2 + l_m) & -\omega_\kappa s(l_2 + l_m) \\ \omega_\kappa sl_m & pl_m & \omega_\kappa s(l_2 + l_m) & r_2 + p(l_2 + l_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \\ i_{2u} \\ i_{2v} \end{pmatrix} \quad (6)$$

В проекциях на ортогональные оси α, β , жестко связанные со статором АД, выражение (6) можно записать, как ($\omega_\kappa = 0$):

$$\begin{pmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \\ u_{2\alpha} \\ u_{2\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + p(l_1 + l_m) & 0 & pl_m & 0 \\ 0 & r_1 + p(l_1 + l_m) & 0 & pl_m \\ pl_m & \omega l_m & r_2 + p(l_2 + l_m) & \omega(l_2 + l_m) \\ -\omega l_m & pl_m & -\omega(l_2 + l_m) & r_2 + p(l_2 + l_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Для упрощения моделей анализа электромагнитных процессов в АД удобно использовать запись в проекциях обобщенного вектора на оси x, y , вращающихся синхронно с полем статора, также полученную из выражения (6) при $\omega_\kappa = \omega_0$:

$$\begin{pmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + p(l_1 + l_m) & -\omega_0(l_1 + l_m) & pl_m & -\omega_0 l_m \\ \omega_0(l_1 + l_m) & r_1 + p(l_1 + l_m) & \omega_0 l_m & pl_m \\ pl_m & -\omega_0 sl_m & r_2 + p(l_2 + l_m) & -\omega_0 s(l_2 + l_m) \\ \omega_0 sl_m & pl_m & \omega_0 s(l_2 + l_m) & r_2 + p(l_2 + l_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \\ i_{2x} \\ i_{2y} \end{pmatrix} \quad (8)$$

На рисунке 4 представлены проекции спиральных векторов на синхронные оси x, y (1) и неподвижные α, β (2), полученные с помощью MathcadPro. В первом случае в кривой отсутствуют гармонические составляющие.

Разработанная модель является универсальной. Ее основу составляют уравнения (5) и (6), а частота вращения осей координат задается при вводе исходных данных в зависимости от схемных решений и задач исследований, т. е. может меняться для каждого конкретного случая.

Создана универсальная математическая модель асинхронных электродвигателей различных типов, реализованная в компьютерном приложении “Mathcad”. Для расчета статических и динамических режимов работы достаточно ввести данные по двигателю и нагрузке. Пример ввода данных и результаты расчета приведены ниже.

Расчет переходных процессов АДП в “MathCad”

1. Ввод параметров АДП:

$$r_1 := 0,03794; r_2 := 0,04483; I_1 := 0,01944; I_2 := 0,01941; I_3 := 0,01867;$$

$$M_n := 1283; u_{1x} := 380; u_{1y} := 0; u_{2x} := 0; u_{2y} := 0; w := 100 \cdot \pi; p_n := 2;$$

$$\omega_0 := \omega/p_n; J_d := 7.2; U_j := 380.$$

2. Ввод параметров нагрузки:

$$k_z := 0,2; M_c := 256,6; M_{mi} := 517,655; J_n := 2.$$

3. Параметры управляющих воздействий:

3.1. Прямой пуск:

$$U(t) := 0; U_{in} := 380.$$

3.2. Линейное нарастание напряжения статора:

$$t_n := 0,8; U_{in} := 0.$$

3.3. Экспоненциальное нарастание напряжения статора:

$$T := 0,8; U_{in} := 0.$$

4. Параметры интегрирования:

$$t_0 := 0; t_j := 5,5; N := 1000.$$

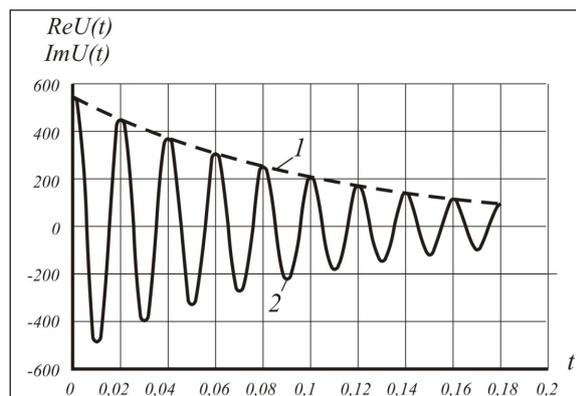
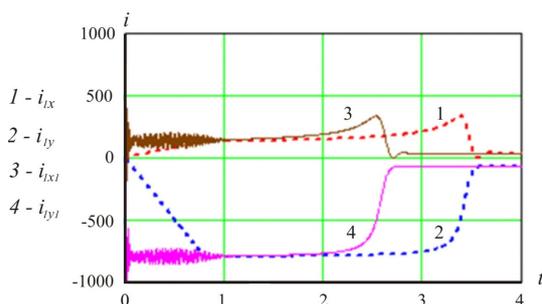


Рисунок 4 – Проекция спиральных векторов на синхронные оси x, y (1) и неподвижные α, β (2)



Рисунки 5 – Токи АД при плавном (1, 2) и прямом (3, 4) пуске с центробежной нагрузкой: 1, 3 – активные составляющие тока i_{lx} и i_{lx1} ; 2, 4 – реактивные составляющие тока i_{ly} и i_{ly1}

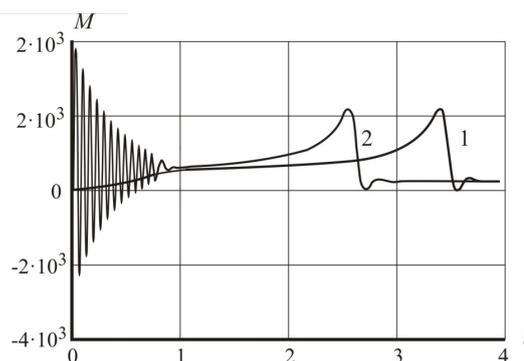


Рисунок 6 – Моменты АД при плавном (1) и прямом (2) пуске с центробежной нагрузкой

5. Начальные условия:

$$Y_{01} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad Y_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Результаты расчета токов и моментов АДП при центробежной нагрузке на валу для случаев прямого и плавного пуска показаны на рисунках 5 и 6.

Таким образом, получена универсальная математическая модель асинхронного электродвигателя двухстороннего питания с использованием спирально-векторной теории электрических машин переменного тока, которая позволяет производить расчет и анализ статических и динамических электромагнитных процессов при регулировании АД по цепи ротора. Полученная модель реализована в компьютерном приложении “Mathcad”.

Литература

1. Лезнов Б.С. Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздуходувных установках / Б.С. Лезнов. М.: Энергоатомиздат, 2006. 360 с.
2. Бочкарев И.В. Электромагнитные процессы, протекающие в асинхронном вентильном двигателе при питании обмотки ротора от неуправляемого выпрямителя / И.В. Бочкарев, К.К. Келебаев // Вестник КРСУ. 2011. Том 11. № 11. С. 89–94.
3. Бочкарев И.В. Разработка оптимального по энергозатратам закона управления асинхронного двигателя с двухсторонним питанием для турбомеханизмов ТЭС / И.В. Бочкарев, К.К. Келебаев, М.Г. Гунина // Вестник КРСУ. 2016. Том 16. № 1. С. 127–129.
4. Ямамура С. Спирально – векторная теория электрических цепей и машин переменного тока / С. Ямамура. СПб.: МЦЭНиТ, 1993.
5. Ямамура С. Спирально-векторная теория электрических машин переменного тока / С. Ямамура // Электротехника. 1996. № 10. С. 7–15.