

УДК 539.3+517.95

**ВАРИАЦИЯ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ В ПРОДУКТИВНОМ ПЛАСТЕ ПО ДАННЫМ  
О СМЕЩЕНИЯХ ДНЕВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ДЕБИТЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ  
СКВАЖИНЫ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ**

*Л.А. Назарова, Л.А. Назаров, А.В. Панов, Н.А. Мирошниченко*

Предложен способ оценки распределения давления в продуктивном пласте при добыче углеводородов на основе решения обратной задачи по комплексу геодезических и гидродинамических данных.

*Ключевые слова:* породный массив; продуктивный пласт; давление; обратная задача; смещения дневной поверхности; целевая функция.

**PRESSURE FIELD VARIATION IN A PRODUCTIVE STRATUM BASED  
ON THE COEFFICIENT INVERSE PROBLEM SOLUTION USING THE DATA  
ON GROUND SUBSIDENCE AND PRODUCING WELL FLOW RATE**

*L.A. Nazarova, L.A. Nazarov, A.V. Panov, N.A. Miroshnichenko*

It is suggested to estimate pressure distribution in a hydrocarbon productive stratum by solving inverse problems using a package of geodetic and hydrodynamic data.

*Keywords:* rock mass; producing formation; pressure; inverse problem; geodesy data; daylight surface displacement; cost function.

Геомеханическое обоснование технических решений по выбору систем и параметров разработки месторождений, как твердых полезных ископаемых, так и углеводородного сырья – основа безопасных условий и эффективности ведения добычи. Его роль существенно возрастает в связи с увеличением глубин горных работ и добычных скважин, а также широким распространением наклонного и горизонтального бурения. Надежность оценки состояния и устойчивости геотехнических и природных объектов во многом определяется достоверностью информации о свойствах породных и искусственных массивов, существующих в них геомеханических полях. Анализ публикаций показывает, что в мире идет постоянное совершенствование методик и средств измерений на основе современных достижений в области теории и практики [1–3]. Например, обратные задачи – универсальный, по сути, метод интерпретации данных лабораторных и натурных измерений, позволяющий не только включить в анализ информацию различной физической природы, но устанавливать приоритеты типов этой информации в зависимости от ее объема и качества [4].

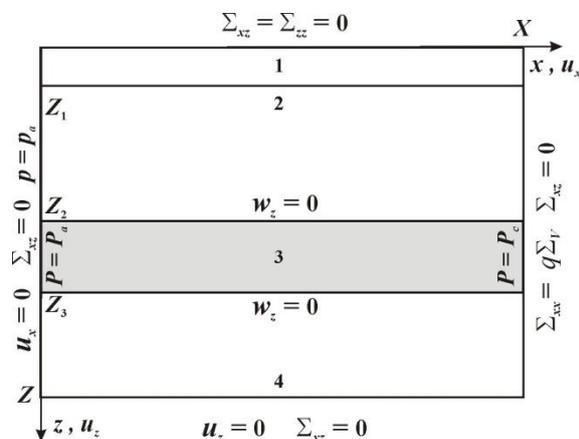


Рисунок 1 – Схема расчетной области и граничные условия

Рассмотрим модельную задачу (рисунок 1): пусть в начальный момент времени  $t = 0$  продуктивный пласт вскрывается прямолинейной батареей вертикальных скважин (что в первом приближении позволяет использовать модель плоского деформационного состояния). Зная начальные условия  $P(x,z,0) = P_c$  (где  $P_c$  – контурное давле-

ние) и свойства вмещающих пород (см. таблицу 1), необходимо определить изменение давления в пласте, а также вертикальных и горизонтальных смещений на дневной поверхности.

Напряженно-деформированное состояние пороупругой модели описывается уравнениями равновесия  $\text{div}\Sigma + \nabla(\Sigma_v - \psi P) = 0$ , законом Гука  $\Sigma = \lambda E \delta_{ij} + 2\mu E$ , соотношениями Коши  $E = 0.5(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$ , где  $\Sigma$  и  $E$  – тензоры напряжений и деформаций;  $\vec{u}$  – вектор смещений;  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе;  $\phi$  – пористость;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\psi = \phi$  в пласте и  $\psi = 0$  во вмещающем массиве;  $\Sigma_v = \rho g z$  – литостатическое давление;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho$  – плотность флюида. Граничные условия показаны на рисунке 1. Поставленная прямая задача решалась комбинированием конечно-разностного метода [5] и метода конечных элементов с использованием оригинальных алгоритмов [6].

Таблица 1 – Параметры модели

Номер области на рис. 1	Мощность, м	Модуль Юнга $E$ , ГПа	Коэффициент Пуассона, $\nu$	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
1	10	8	0.22	2200
2	400	20	0.25	2500
3	10	15	0.25	2500
4	200	20	0.25	2500

На рисунке 2 показано осредненное по  $z$  давление флюида  $\bar{P}$  в пласте в различные моменты времени. Полученные кривые хорошо аппроксимируются функцией:

$$\bar{P}(x, t) \cong \{A(t) + [A(t) - B(t)] \exp(-C(t)x / X)\} P_c. \quad (1)$$

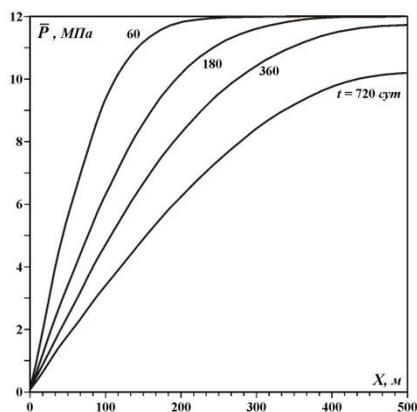


Рисунок 2 – Распределение среднего давления  $\bar{P}$

Сформулируем обратную задачу: для некоторого момента времени  $t = t_*$  определить значения  $A$ ,  $B$  и  $C$  в (1) по приращениям  $V_*(x_i, t)$  вертикальных смещений, замеренным в точках  $x = x_i$  на дневной поверхности, и известному дебиту  $Q_*(t)$  добычной скважины, полагая деформационные свойства среды известными.

Отметим, что численный анализ разработанной ранее [7] геомеханической модели (предназначенной для оценки распределения давления  $P(x, t)$  в продуктивном пласте только по геодезическим данным), описывающей, в частности, изменение смещений ( $U$  – горизонтальное;  $V$  – вертикальное) и деформаций в окрестности дневной поверхности при добыче углеводородов, показал, что:

- диапазон вариации  $V$  (при реальных значениях параметров модели) находится на пределе абсолютной точности (1 мм) методов спутниковой геодезии [8, 9];
- величина  $U$  значительно меньше, чем  $V$ , поэтому регистрация  $U$  с необходимой точностью зачастую невозможна.

В этой связи для решения обратных задач определения  $P$  предложено использовать новую (комбинированную) целевую функцию:

$$\Psi(a, b, c) = \gamma \Psi_1(a, b, c) + (1 - \gamma) \Psi_2(a, b, c), \quad (2)$$

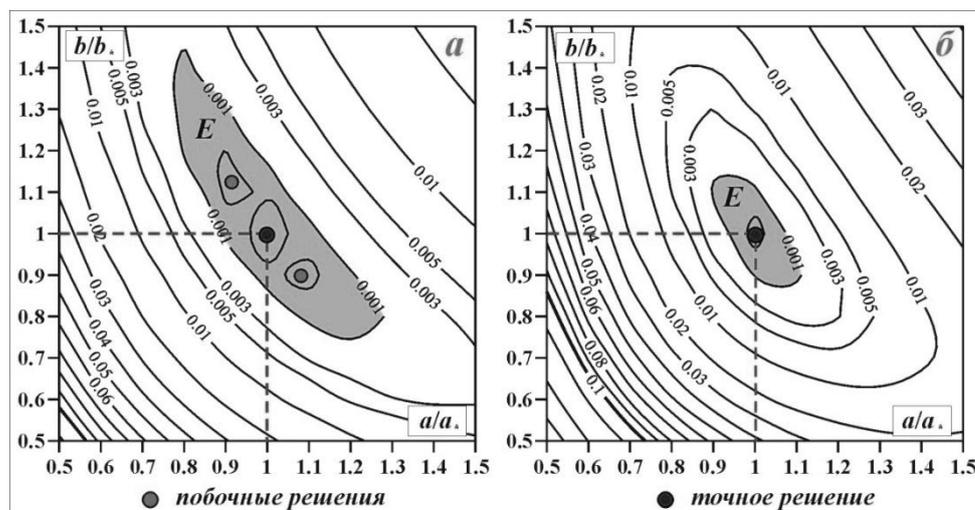
где

$$\Psi_1(a, b, c) = \frac{1}{N} \int_{t_1}^{t_2} \sum_n [1 - V(x_n, t, a, b, c) / V_*(x_n, t)]^2 dt, \quad (3)$$

$$\Psi_2(a, b, c) = \int_{t_1}^{t_2} [1 - Q(t, a, b, c) / Q_*(t)]^2 dt,$$

$a$ ,  $b$  и  $c$  – приращения параметров  $A = A(t_1)$ ,  $B = B(t_1)$  и  $C = C(t_1)$  в аппроксимации функции (1) на рассматриваемом промежутке времени  $[t_1, t_2]$ . В формулах (1)–(3):  $N$  – число пунктов измерения смещений на поверхности;  $Q$  – дебит скважины;  $V_*$  и  $Q_*$  – синтетические входные данные, рассчитанные по точному решению прямой задачи ( $a = a_*$ ,  $b = b_*$ ,  $c = c_*$ ) посредством наложения мультипликативного шума с относительной амплитудой помехи  $\delta$ ;  $\gamma$  – весовой параметр, надлежащий выбор которого обеспечивает унимодальность  $\Psi$  и, следовательно, разрешимость сформулированной обратной задачи.

На рисунке 3,  $a$ ,  $b$  приведены примеры изолиний целевой функции  $\Psi$  (нормированы на максимальное значение) для  $\gamma = 1$  и  $\gamma = 0.5$ , соответственно. Можно видеть, что если для определения  $a$ ,  $b$  и  $c$  используются только данные спутниковой геодезии о вертикальных смещениях ( $\gamma = 1$ ), то

Рисунок 3 – Изолинии функции  $\psi$  для  $\delta = 0.2$  при:  $\gamma = 1$  (а);  $\gamma = 0.5$  (б)

решение обратной задачи не единственно:  $\psi$  имеет несколько локальных минимумов, а область эквивалентности (выделена тоном) значительно больше, чем при использовании данных и о смещениях, и о дебите скважины ( $\gamma = 0.5$ ).

Новые значения аппроксимирующих параметров в (3) находятся из очевидных соотношений  $A(t_2) = A(t_1) + a$ ,  $B(t_2) = B(t_1) + b$ ,  $C(t_2) = C(t_1) + c$ .

Полученные результаты могут быть использованы при эксплуатации месторождений углеводородов в качестве дополнения к традиционным гидродинамическим методам (контроль давления и расхода в эксплуатационных и нагнетательных скважинах) управления процессами добычи, поскольку дают информацию о пространственном распределении давления в пласте.

#### Литература

1. *Amadei B.* Rock Stress and its Measurement / B. Amadei, O. Stephansson. Springer, 1997. 490 p.
2. In-situ rock stress: measurement, interpretation and application // Proc. Int. Symp. on In-situ Rock Stress. Trondheim. Norway, June 19–21, 2006.
3. *Ask D.* Rock Stress, Rock Stress Measurements, and the Integrated Stress Determination Method (ISDM) / D. Ask, O. Stephansson, F.H. Cornet, M.V.S. Ask // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2009. V. 42. N 4. P. 559–584.
4. *Tarantola A.* Inverse Problems. Theory and Methods / A. Tarantola. 2005.
5. *Peaceman D.W.* The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations / D.W. Peaceman, H.H. Rachford // J. of Society of Industrial and Applied Mathematics. 1955. 3(1). P. 28–42.
6. *Назарова Л.А.* Напряженное состояние наклонно-слоистого массива горных пород вокруг выработки / Л.А. Назарова // ФТПР-ПИ. 1985. № 2.
7. *Назаров Л.А.* Оценка распределения давления в продуктивном пласте при добыче углеводородов по данным измерения смещений на дневной поверхности вмещающего породного массива / Л.А. Назаров, Л.А. Назарова, А.Л. Карчевский, Н.А. Мирошниченко // ФТПРПИ. 2013. № 6. С. 10–19.
8. *Teunissen P.J.G.* GPS for Geodesy / P.J.G. Teunissen, A. Kleusberg. Springer, 1998.
9. *Vasco D.W.* Reservoir Monitoring and Characterization Using Satellite Geodetic Data: Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations from the Krechba Field / D.W. Vasco, A. Ferretti, F. Novali. Algeria, Lawrence Berkeley National Laboratory, 2008.