

УДК 528.48:528.235 (575.2)

## РАЗРАБОТКА ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ НОВОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В УСЛОВИЯХ КЫРГЫЗСТАНА

*Д.А. Абжапарова*

Рассматривается использование новой системы координат для национальной инвентаризации земель на территории Кыргызстана. Разработана наилучшая для территории Кыргызстана картографическая проекция в классе прямых конических эквивалентных (не искажающих площадей) и прямая коническая эквивалентная проекция эллипсоида (КЕК).

*Ключевые слова:* система координат; проекция Гаусса-Крюгера; эллипсоид; искажения угла; конформная проекция; СК-42; WGS-84; GPS-приемники.

---

## DEVELOPMENT OF OPTIMAL GEODETIC PROJECTIONS FOR THE NEW COORDINATE SYSTEM IN THE CONDITIONS OF KYRGYZSTAN

*D.A. Abzhaparova*

In this article, the author developed for the use of the new coordinate system for the national inventory of land in the territory of Kyrgyzstan. As well as the author of the best sought out for the territory of Kyrgyzstan map projection in the classroom straight bevel equivalent (do not distort the space), and a direct equivalent conical projection of the ellipsoid (KEK).

*Keywords:* coordinate system; projection Gauss-Kruger; ellipsoid; distortion angle; conformal projection; SC-42; the WGS-84; GPS-receivers.

Предпосылкой для разработки и внедрения национальной системы координат Кыргыз-06 явился тот факт, что для проведения геодезических и топографических работ, инженерных изысканий, строительства и эксплуатации зданий и сооружений, межевания земель, ведения кадастров и осуществления иных специальных работ необходимы более точные координаты.

До сих пор в республике используется государственная система координат 1942 г. (СК-42), которая является секретной и закрытой для публичного использования, что создает определенные трудности в работе. Учитывая также, что СК-42 отвечает уровню развития техники и технологий середины прошлого века, развитие науки и техники побуждают государства разрабатывать и применять собственные современные системы координат [1].

Введение системы координат Кыргыз-06 позволит привязать к координатам любой земельный участок со всеми его границами и все объекты недвижимости, расположенные на нем, вследствие чего сократится количество споров по границам,

органы местного самоуправления смогут более четко планировать использование своей территории и государство сможет гарантированно защитить права граждан на собственность.

Государственная система координат Кыргызской Республики, унаследованная от СССР и применяемая для геодезических сетей и составления топографических карт, основана на использовании проекции Гаусса-Крюгера и эллипсоида Красовского (система координат 1942 г.) [1]. Эта проекция является конформной (не искажающей углов) и используется по шестиградусным меридианным зонам. Территория Кыргызской Республики принадлежит трем меридианным зонам, на стыках зон (72 E и 78 E) прямоугольные координаты проекции Гаусса-Крюгера имеют разрывы. Максимальные искажения длин в этой проекции для рассматриваемой территории достигают 0,08 %, искажения площадей – 0,16 %. Отметим, что во многих странах мира для аналогичных целей в настоящее время применяется шестиградусная меридианная зона, так называемая поперечно цилиндрическая проекция Меркатора (UTM), которая очень

Таблица 1 – Искажения длин для территории Кыргызстана в различных проекциях

Сокращенное название картографической проекции	Искажения длин (%)			
	мин.	макс.	среднее	ср. квад.
Гаусса–Крюгера (3 зоны)	0,00000	0,02008	0,00656	0,00873
Гаусса–Крюгера (6 зоны)	0,00000	0,08148	0,02941	0,03757
Гаусса–Крюгера (12 зона)	0,05500	0,24212	0,00025	0,05875
УТМ (Гаусса–Боага)	0,04000	0,04145	-0,01061	0,02566
Ламберта	0,01509	0,04880	-0,00002	0,01399
Ламберта косая	0,01001	0,04464	0,00045	0,01081
Руссия	0,03400	0,11335	0,00043	0,03035
Чебышева (3-я степень)	0,01483	0,03289	0,00000	0,00886
Чебышева (5-я степень)	0,01453	0,03481	0,00000	0,00853
Чебышева (10-я степень)	0,01360	0,03131	0,00000	0,00754
Чебышева (20-я степень)	0,03037	0,02860	0,00000	0,00619

близка по своим свойствам и распределению искажений к проекции Гаусса–Крюгера. Поэтому УТМ правильнее было бы называть проекцией Гаусса–Крюгера [2].

Таким образом, основным препятствием к использованию системы координат 1942 г. при национальной инвентаризации земель по новым методам, является наличие двух разрывов прямоугольных координат на территории республики. Кроме того, нежелательным является и искажение площадей в избранной картографической проекции. В частности, эти препятствия делают невозможным формирование единой, регулярной и равно представительной государственной сети точек национальной инвентаризации земель на территории Кыргызстана [3, 4].

Другим актуальным видом координатного обеспечения инвентаризации лесов является преобразование координат из системы WGS-84 (мировая геодезическая система 1984 г.) в системы, используемые нами, и наоборот. Эта актуальность обусловлена широким распространением спутниковых GPS-приемников (глобальная система позиционирования), которая по заявлениям американского правительства в настоящее время обеспечивает точность автономного определения координат не ниже 10–20 метров. При инвентаризации земель эти приемники могут использоваться как для поиска заданных точек на местности (навигация), так и при топографической съемке изменений во времени земель на территории Кыргызстана [5, 6].

**Выбор типа проекции.** В различных странах мира для создания топографических карт используются более десяти картографических проекций. Чаще всего это конформные проекции, в которых проще вычислять геодезические сети. Для со-

поставления были исследованы искажения длин в некоторых конформных картографических проекциях эллипсоида для территории Кыргызской Республики. Среди этих проекций: поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса–Крюгера для 6 меридианных зон, эта же проекция для 3 меридианных зон (используется для топографических планов масштаба 1:5000 и крупнее), эта же проекция для широкой полосы (12) в разработке проф. В.В. Каврайского [7], проекция УТМ для 6 меридианных зон (поперечно цилиндрическая проекция Гаусса–Крюгера), конформная коническая проекция Ламберта, косая конформная коническая проекция Ламберта с наилучшим расположением полюса косой системы применительно к территории Кыргызстана, стереографическая проекция Руссия, наилучшая конформная проекция в определении академика П.Л. Чебышева (строгое доказательство академика Д.А. Граве, практическая реализация проф. Н.А. Урмаева [2]) для полиномов степеней от 3-ей до 20-ой. Значения полученных численным моделированием искажений длин для территории республики приведены в таблице 1.

Анализ приведенных данных указывает на достаточную приемлемость использования для картографического отображения территории Кыргызской Республики, вытянутой приблизительно вдоль параллелей, проекции из класса конических. Проекция, рассчитываемые более чем в одной зоне, неприемлемы из-за разрывов прямоугольных координат на стыках зон. Наилучшие в Чебышевском смысле проекции, во-первых, сложны для понимания и вычислений, во-вторых, отображают меридианы и параллели в виде сложных кривых, поэтому их, по-видимому, не стоит предлагать для массового производственного использования [8, 9].

Таким образом, будем отыскивать наилучшую для территории Кыргызстана картографическую проекцию в классе прямых конических эквивалентных (не искажающих площадей). Косая проекция, несомненно, несколько лучшая для нашего случая, не отыскивалась в силу того, что меридианы в ней отображаются не прямыми, как в поперечно-цилиндрических и прямых конических, а кривыми линиями [10]. Конечно, этот факт в современных условиях использования компьютеров и плоттеров не является большим затруднением для вычислений и составления карт, однако он существенно усложняет преобразования оцифрованного содержания листов государственных топографических карт в новую проекцию.

**Наилучшей для территории Кыргызстана прямой конической эквивалентной проекцией эллипсоида (КЕК)** для заданной территории будем считать ту, у которой:

1) средние искажения длин по параллелям ( $n_p$ ), по меридианам ( $n_m$ ) и искажения углов ( $w$ ) близки к нулю;

2) среднеквадратические искажения  $n_p$ ,  $n_m$  и  $w$  минимальны;

3) максимальные по абсолютной величине значения искажений  $n_p$ ,  $n_m$  и  $w$  также минимальны.

Отметим, что более строгие и формализованные критерии оптимальности (Эйри, Эйри Каврайского, Иордана, Иордана-Каврайского, Клипчага, Конусовой, Вебера, Эйзенлора, Фролова и др. [2]) не использовались в силу их излишнего многообразия и меньшей очевидности. Известны общие уравнения конических проекций [10]:

$$X = p_s - p \cos \delta, \quad (1)$$

$$\gamma = p \sin \delta, \quad (2)$$

$$p = f(\beta), \quad (3)$$

$$\delta = a(L - L_0), \quad (4)$$

где  $X, Y$  – плоские прямоугольные координаты проекции (здесь и далее в данном отчете, если не оговорено иное, используется геодезическая система координат:  $X$  – на север,  $Y$  – на восток);  $r$  – полярный радиус;  $r_s$  – полярный радиус южной параллели отображаемой территории;  $d$  – полярный угол проекции;  $B$  – геодезическая широта;  $L$  – геодезическая долгота;  $L_0$  – геодезическая долгота осевого меридиана отображаемой территории (в нашем случае принята равной 75 E);  $a$  – постоянная проекции.

Конкретная проекция определяется выбором постоянной  $a$  и вида функции (3). Для эквивалентной проекции в нашем случае наиболее приемлем вариант с двумя стандартными параллелями, по которым масштаб длин равен единице [11–14]. Тогда:

$$a = \frac{r_N^2 - r_S^2}{2(S_S^2 - S_N^2)}, \quad (5)$$

$$p^2 = \frac{2}{a}(c - S), \quad (6)$$

$$c - S_N + r_N^2 \frac{S_S - S_N}{r_N^2 - r_S^2}, \quad (7)$$

где  $r$  – радиус кривизны параллели;  $S$  – площадь сфероидической трапеции с разностью долгот в один радиан и протяжением по широте от экватора до заданной параллели;  $c$  – постоянная проекции.

Подстрочные индексы ( $N$  и  $S$ ) при  $r$  и  $S$  обозначают северную и южную стандартные параллели. Радиус кривизны параллели  $r$  вычисляется по формуле [9]:

$$r = \frac{a \cos \beta}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \beta}}, \quad (8)$$

где  $a$  – большая полуось эллипсоида;  $e$  – первый эксцентриситет эллипсоида.

Для эллипсоида Красовского  $a = 6378245$  м и  $e^2 = 0,006693421623$  [1].

Площадь сфероидической трапеции  $S$  с достаточной точностью вычисляется по формуле [2]:

$$S = b^2 \left( \sin \beta + \frac{2}{3} e^2 \sin^3 \beta + \frac{3}{5} e^4 \sin^5 \beta + \frac{4}{7} e^6 \sin^7 \beta + \frac{5}{9} e^8 \sin^9 \beta \right), \quad (9)$$

где  $b$  – малая полуось эллипсоида ( $b = 6356863,01877$  м для эллипсоида Красовского [1]). Таким образом, отыскание наилучшей для территории Кыргызстана прямой конической эквивалентной проекции эллипсоида состоит фактически в выборе таких геодезических широт  $B_N$  и  $B_S$ , которые удовлетворяют условиям 1, 2 и 3, сформулированным ранее.

Задача решалась численным моделированием с оценкой искажений  $n_p$ ,  $n_m$  и  $w$  в каждом из 34135 узлов регулярной сфероидической сетки, принадлежащих территории Кыргызстана. Искомые значения широт стандартных параллелей оказались равными:

$$B_N = 42^\circ 14' N, \quad (10)$$

$$B_S = 40^\circ 16' N. \quad (11)$$

Соответствующие значения постоянных проекции КЕК составляют:

$$a = 0,6592496953, \quad (12)$$

$$c = 44182630706947,84 \text{ м}^2, \quad (13)$$

$$p_s = 7644304,110 \text{ м}. \quad (14)$$

Кроме того, для исключения отрицательных значений координаты  $Y$  западнее осевого меридиана, введена дополнительная константа  $DY$ , на

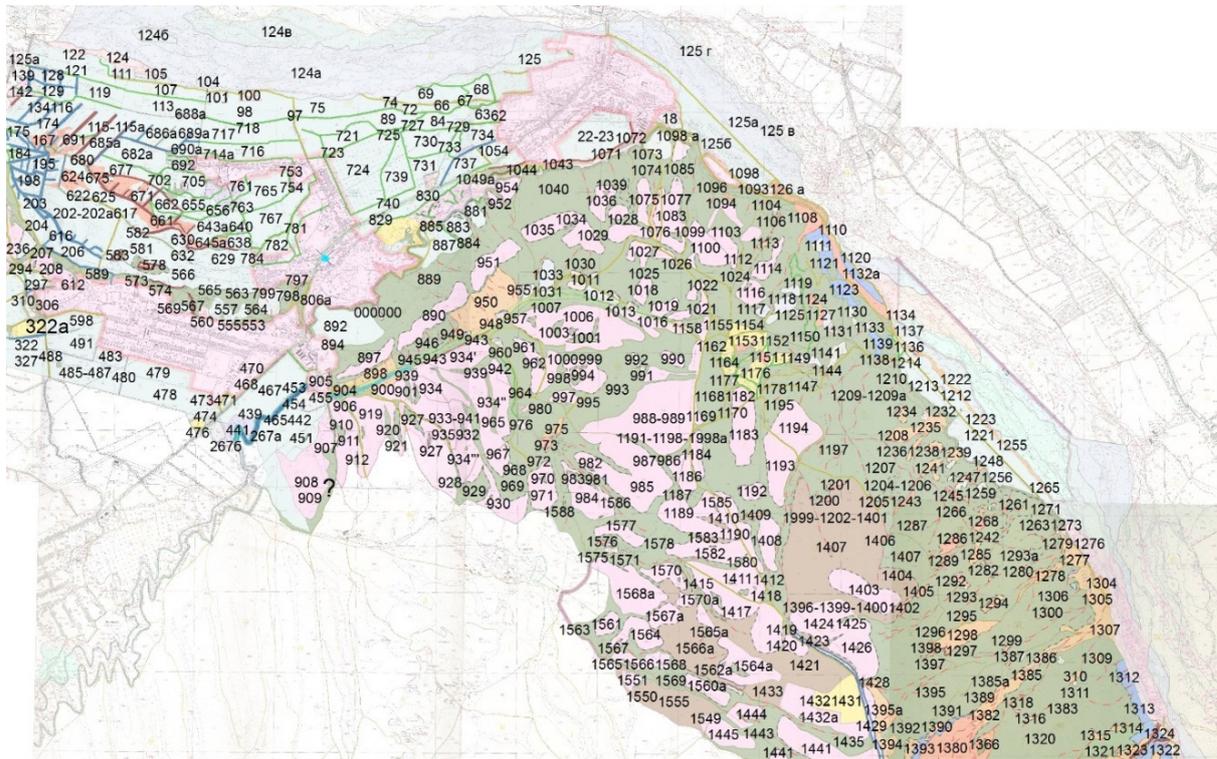


Рисунок 1 – Пример использования новой системы координат для контурного определения категории земель на территории Кыргызстана

значение которой увеличиваются все вычисляемые значения координаты  $Y$ :

$$\Delta Y = 527316,645 \text{ м.} \quad (15)$$

Величины искажений длин и углов избранной картографической проекции для всей территории Кыргызской Республики приведены в таблице 2. Они свидетельствуют о приемлемости избранной картографической проекции для целей инвентаризации по новым методам и для составления традиционных и новых карт лесов практически любых реально необходимых масштабов [15–17].

Координаты крайних точек границ, унаследованных Кыргызстаном от СССР, в предлагаемой проекции составляют: северная –  $X = 584,9$  км, южная –  $X = 134,7$  км, западная –  $Y = 36,7$  км, восточная –  $Y = 965,3$  км и не превышают 1000 км.

Таблица 2 – Искажения проекции КЕК для территории Кыргызстана

Искажения	Мин.	Макс.	Среднее	Ср. квад.
$n_n$ (в %)	-0,01467	0,04900	0,00014	0,01393
$n_m$ (в %)	-0,04898	0,01467	-0,00013	0,01393
$w$ (в минутах)	-1,01	3,37	0,01	0,96

Таким образом, прямая задача математической картографии (теории картографических проекций) для предложенной проекции КЕК  $B, Lfi X, Y$  практически реализуется формулами (1), (2), (4), (6) и (9) с учетом констант (12)–(15).

**Обратное преобразование координат  $X, Yfi B, L$ .** Обратной задачей математической картографии в нашем случае является вычисление широты и долготы точек по их плоским прямоугольным координатам проекции КЕК. Эта задача не может быть решена системой замкнутых математических уравнений, поэтому решение было осуществлено отысканием подходящих аппроксимирующих уравнений:

$$BvL = \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 a_{ij} X^i Y^j, \quad (16)$$

где  $a_{ij}$  – неизвестные коэффициенты.

Выбор оптимальной степени многочленов типа (16) и вычисление коэффициентов  $a_{ij}$  выполняли по методу наименьших квадратов на узлах регулярной эллипсоидальной сетки, охватывающей всю территорию Кыргызстана. Полученные значения коэффициентов приведены в таблице 3. Отметим, что при использовании значений плоских прямоугольных координат  $X$  и  $Y$  в метрах, а также

Таблица 3 – Степени и коэффициенты уравнения (17)

N п/п	Степени		Значения коэффициентов $a_i$
	X	Y	
1	0	0	.1327412338664094D-06
2	1	1	.1762897877830178D-13
3	2	1	.2312047152919575D-20
4	0	3	-.7735871682940944D-21
5	3	1	.3505970324143417D-27
6	1	3	-.3533494844605539D-27

коэффициентов, приведенных в таблице 3, искомые значения широты ( $B$ ) и долготы ( $L$ ) получали по (16) в радианах [18].

Проверка погрешностей уравнений типа (16) для  $B$  и  $L$  была выполнена путем взаимных преобразований, осуществляемых по независимым алгоритмам. Установлено, что для исследуемой территории остаточные погрешности уравнений типа (16) не превышают 0,0003 м, что заведомо удовлетворяет требуемой точности решения существующих и перспективных координатных задач лесного хозяйства [19, 20].

Были вычислены коэффициенты аппроксимирующего уравнения сближения меридианов как функции плоских прямоугольных координат проекции КЕК:

$$\gamma = a_1 Y_p + a_2 Y_p Y_p + a_3 X_p^2 Y_p + a_4 Y_p^3 + a_5 X_p^3 Y_p + a_6 X_p Y_p^3, \quad (17)$$

где  $\gamma$  – сближение меридианов в радианах;  $a$  – коэффициенты.

$$X_p = X - 110892,586 \text{ м}$$

$$Y_p = Y - 527316,645 \text{ м}$$

Коэффициенты аппроксимирующего уравнения вычислены по методу наименьших квадратов и представлены в таблице 3.

Уравнение (17) позволяет вычислять  $\gamma$  с точностью не хуже 0,03 $\dagger$  для всей территории Кыргызстана (рисунок 1).

Таким образом, все изложенное выше позволяет сделать следующие выводы:

Для обеспечения единой геодезической основы на всей территории КР следует на законодательном уровне ввести систему координат Кузг-06.

Величина искажений длин и углов картографической проекции для всей территории республики приемлема и отвечает требованиям точности предъявляемых для проведения топографо-геодезических работ. Использование проекции координат Кузг-06 на территории Кыргызстана обеспе-

чит единую геодезическую основу и геодезическую документацию.

Для решения задач по внедрению проекции Кузг-06 необходимо использовать международную систему координат с учетом координат аппроксимирующих уравнений.

#### Литература

1. Герасимов А.П. Спутниковые геодезические сети / А.П. Герасимов. М.: ООО "Перспектив", 2012. 176 с.
2. Герасимов А.П. Уравнивание государственной геодезической сети / А.П. Герасимов. М.: Картогеоцентр-Геоиздат, 1996. 216 с.
3. Зенин В.Н. Разработка специальной геодезической проекции для инженерных и городских геодезических работ: автореф. дис... канд. техн. наук / В.Н. Зенин. М., 1970. 12 с.
4. Абжапарова Д.А. Математическая обработка инженерных геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса / Д.А. Абжапарова // Вестник СГГА. 2014. Вып. 2 (26). С. 27–32.
5. Абжапарова Д.А. Разработка оптимальной проекции и системы координат для инженерно-геодезических работ Кыргызстана / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2012. С. 209–213.
6. Абжапарова Д.А. Обработка специальной геодезической сети в проекции на секущую плоскость (на примере Кировского водохранилища в Кыргызской Республике) / Д.А. Абжапарова // Вестник СГУГиТ. 2016. № 2 (34). С. 14–23.
7. Абжапарова Д.А. Инженерные основы применения проекций и координат Гаусса–Крюгера в инженерно-геодезических работах в Кыргызской Республике / Д.А. Абжапарова // Известия вузов. 2014. № 3. С. 135–140.
8. Абжапарова Д.А. Математическая обработка результатов численных съемок при перевычислении инженерно-геодезических сетей из стереографических проекций в систему координат Гаусса–Крюгера / Д.А. Абжапарова // Поиск. Алма-Ата. 2014. № 3. С. 135–140.
9. Абжапарова Д.А. Разработка формулы связи между системами плоских прямоугольных координат секущей проекции Гаусса–Крюгера / Д.А. Абжапарова // Наука и новые технологии. Бишкек, 2015. № 2. С. 66–70.
10. Абжапарова Д.А. Математическая обработка инженерно-геодезической конформной секущей проекции Гаусса–Крюгера / Д.А. Абжапарова // Известия вузов. Бишкек. 2014. № 1. С. 36–39.

11. *Абжапарова Д.А.* Обработка результатов численных съемок при перевычислении инженерно-геодезических сетей из стереографических проекций в систему координат Гаусса–Крюгера на юге Кыргызстана / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2014. № 2. С. 190–193.
12. *Абжапарова Д.А.* Обработка инженерно-геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса для Республики Кыргызстан / Д.А. Абжапарова // Матер. X межд. научн. практ. конф. “Найновите научни постижения”. 17–25 март 2014 г. Т. 28. Математика. София 2014. С. 63–70.
13. *Абжапарова Д.А.* О выборе оптимальной геодезической проекции для новой системы координат Кыргызстана / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2012. С. 209–213.
14. *Абжапарова Д.А.* О связи между некоторыми системами плоских прямоугольных конформных координат / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2012. № 3. С. 164–167
15. *Абжапарова Д.А.* Геодезические сети спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS стереографической проекции Гаусса / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2013. № 3. С. 205–208.
16. *Абжапарова Д.А.* Исследование формулы связи в местной системе прямоугольных стереографических координат с координатами Гаусса–Крюгера / Д.А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. 2015. № 2. С. 140–144.
17. *Абжапарова Д.А.* Разработка оптимальной геодезической проекции для новой системы координат в условиях Кыргызстана / Д.А. Абжапарова // Докл. межд. научн.-практ. конф. “Инновации в областях строительства транспортных сооружений: становление, проблемы, перспективы”. Секция “Проблемы строительства зданий и сооружений”. Бишкек: КГУСТА, 2016. С. 6–10.
18. *Абжапарова Д.А.* Разработка специального варианта проекции Гаусса–Крюгера для инженерных городских геодезических работ в условиях Республики Кыргызстан / Д.А. Абжапарова // Вестник СГУГиТ. 2016. № 3 (35). С. 27–34.
19. *Абжапарова Д.А.* Решение инженерно-геодезических задач в горной местности с использованием специальных геодезических проекций / Д.А. Абжапарова // Вестник СГУГиТ. 2017. № 1 (37). С. 27–34.
20. *Абжапарова Д.А.* Вычисление сближения меридианов конформной стереографической проекции в определении Гаусса. Математическое моделирование и компьютерный анализ / Д.А. Абжапарова // Матер. II межд. межвуз. научн.-практ. конф. “Инновационные технологии и передовые решения”. 15–17 мая, 2014 г. Бишкек, 2014. С. 42–44.