

УДК 004.89

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МУЛЬТИВЕЙВЛЕТНОЙ НЕЙРОСЕТЕВОЙ  
МОДЕЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

*С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко*

Представлено сравнение возможностей четырех моделей для прогнозирования временных рядов: ARIMA-модели, ИНС (искусственной нейронной сети), гибридной модели Чанга (объединяющей модели ARIMA и ИНС) и мультивейвлетной полиморфной нейронной сети. На примере краткосрочных прогнозов известных в статистике временных рядов показано, что мультивейвлетная полиморфная нейросетевая модель обеспечивает более высокую точность прогнозов.

*Ключевые слова:* прогнозирование временных рядов; ARIMA-модель; нейронная сеть; мультивейвлетная нейронная сеть; ошибка прогноза.

---

АЛДЫН АЛА АНЫКТОО МАСЕЛЕСИН ЧЕЧУУ ҮЧҮН МУЛЬТИВЕЙВЛЕТТИК  
НЕЙРОН ТАРМАКТЫК МОДЕЛДЕРДИН МҮМКҮНЧҮЛҮКТӨРҮНӨ  
САЛЫШТЫРЫП ТАЛДОО ЖҮРГҮЗҮҮ

*С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко*

Убактылуу катарларды алдын ала аныктоо үчүн төрт моделдин мүмкүнчүлүктөрүн салыштыруу сунушталды: модель – ARIMA, ЖНТ (жасалма нейрон тармагы) жана Чангдын кошулма (гибриддик) модели (ARIMA жана ЖНТ моделдеринин кошулмасы) жана мульти-вейвлеттик полиморфтук нейрон тармагы. Статистикада белгилүү болгон убактылуу катарларды кыска мөөнөттө алдын ала аныктоонун мисалында мульти-вейвлеттик полиморфтук нейрон тармагынын модели алдын ала аныктоонун жогорку тактыгын камсыздай турганын көрсөттү.

*Түйүндүү сөздөр:* убактылуу катарларды алдын ала аныктоо; ARIMA-модели; нейрон тармагы; мульти-вейвлеттик нейрон тармагы; алдын ала аныктоонун катасы.

---

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE MULTI-WAVELET NETWORK  
MODEL POSSIBILITIES FOR FORECASTING PROBLEMS

*S.N. Verzunov, N.M. Lychenko*

A comparison of the possibilities of four models for predicting time series is presented: the ARIMA model, the ANN (artificial neural network), the Zhang's hybrid model (combining the ARIMA model and the ANN) and the multi-wavelet polymorphic network. Using the examples of short-term forecasts of time-series known in statistics, it is shown that the multi-wavelet polymorphic neural network model provides higher accuracy of forecasts.

*Keywords:* forecasting of time series; ARIMA-model; artificial neural networks; multiwavelet network; forecasting error.

**Введение.** Поведение многих процессов реального мира представляется в виде временных рядов (ВР), т. е. последовательностей значений каких-либо параметров исследуемого процесса в дискретные, равноудаленные моменты времени. В таких случаях задача прогноза динамики процесса сводится к задаче экстраполяции ВР на

основе модели, построенной по результатам его анализа. Стремление исследователей к повышению точности прогнозирования ВР обусловило существование многих методов и технологий построения моделей, аппроксимирующих исходные значения ВР. Классической моделью для анализа и прогноза ВР является модель Бокса–

Дженкинса ARIMA – Autoregressive Integrated Moving Average, сочетающая в себе авторегрессионную модель и модель скользящего среднего и использующая для анализа первые разности исходного ВР [1]. Прогнозу ВР на основе этой модели посвящено множество работ, доказывающих эффективность ее применения при анализе ВР различной физической природы. Однако положенные в основу метода Бокса–Дженкинса или ARIMA подходы предполагают, что ВР генерируются линейными процессами, тогда как порождающие их механизмы реального мира часто имеют нелинейную природу. Поэтому, одним из наиболее точных и широко распространенных средств для построения прогнозирующей модели стал метод прогноза ВР, основанный на аппарате искусственных нейронных сетей (ИНС): для восстановления неизвестной аппроксимирующей функции многих переменных по набору значений, заданных историей ВР, используется обученная многослойная нейронная сеть с несколькими входами, соответствующими этим переменным [2]. Нейросетевым технологиям анализа и прогноза ВР к настоящему времени посвящено множество работ и эти технологии продолжают развиваться. Так, например, в [3] рассмотрены нейронные сети (многослойный персептрон) прямого и обратного распространения. В качестве алгоритмов настройки весов используются алгоритмы сопряженных градиентов и квази-Ньютона (BFGS-алгоритм). Предложена гомогенная ансамблевая технология: ИНС обучается с каждым из рассмотренных алгоритмов, для каждого алгоритма вычисляется вес (обратно пропорционально ошибке прогноза), а финальный прогноз вычисляется как взвешенное арифметическое среднее всех прогнозов. В [4] ИНС применены для прогноза трафика в ТСП/IP сетях и приведены сравнения эффективности полученных моделей прогноза с моделями Холта – Винтера и ARIMA. В [5] рассматриваются два способа решения проблемы прогнозирования спроса в сезонных ВР с использованием ИНС. Первый способ – многослойная модель персептрона, на вход которого подаются предыдущие значения ВР. Было оценено несколько правил обучения, используемых для корректировки весов многослойного персептрона (обратного распространения ошибки, адаптивный и Левенберга – Маркардта). Во вто-

ром способе был использован *causal* метод, основанный на ИНС с использованием в качестве входных переменных компонентов разложенных ВР (тренд, сезонная и случайная составляющие).

Большое внимание исследователей привлекают ИНС-технологии прогнозирования, сочетающие в себе разные модели, так называемые гибридные или ансамблевые модели. Гибридные модели могут быть однородными, использующими различно настроенные нейронные сети (например, все многослойные персептроны) или гетерогенными, сочетающими как линейные, так и нелинейные модели. Основная идея этого многомодельного подхода заключается в использовании каждым компонентом уникальной способности модели улучшить захват различных паттернов в данных. Так, например, в [6–8] показано улучшение прогностических характеристик каждой отдельной модели за счет объединения ARIMA-модели и модели на базе ИНС.

В последние годы были предложены специализированные нейронные сети – вейвлет-сети [9], являющиеся модификацией сетей на основе радиальных базисных функций, где в качестве базисных элементов используются вейвлеты (“короткие волны”), хорошо локализованные как во временной, так и в частотной области [10]. Предложены различные структуры вейвлет-сетей, однако общая их идея заключается в настройке параметров сжатия и сдвига вейвлет-нейронов для наилучшего обучения данным. Так в [11] предложена мультивейвлетная нейронная сеть, в которой используется многомерный вейвлет в качестве функции активации вейвлет-нейронов в скрытом слое, что позволяет аппроксимировать многомерные функции.

В работе [12] для анализа ВР предложена новая структура вейвлет-сети, отличающаяся от традиционной тем, что в базовые вейвлеты введены дополнительные настраиваемые параметры. Такая сеть, названная полиморфной, имеет лучшие аппроксимирующие свойства, благодаря лучшей приспособляемости к характеру нестационарностей во ВР. В работах [13, 14] для учёта инерционности во ВР в структуру полиморфной вейвлет-сети введены обратные связи, учитывающие уровни ВР в предыдущие моменты времени.

В работах [15, 16] с целью повышения точности прогнозирования нестационарных ВР

предложена новая модель вейвлет-сети, объединяющая преимущества рассмотренных в работах [11–14] вейвлет-сетей – мультивейвлетная полиморфная вейвлет-сеть. Эту модель можно интерпретировать как гибрид авторегрессионной линейной модели, параметры которой определяются весами линейных связей и искусственной нейронной сети, определяемой весами нелинейных связей, в которой в качестве функции активации используются многомерные вейвлеты с дополнительным настраиваемым параметром.

В настоящей работе для иллюстрации работоспособности и эффективности предложенной в [15, 16] мультивейвлетной полиморфной нейросетевой модели, проведены вычислительные эксперименты с тремя хорошо известными в статистике ВР: количество солнечных пятен (Wolf’s sunspot data), численность популяции канадской рыси (Canadian lynx data) и курс британского фунта к доллару США (British pound/US dollar exchange rate data). Представлено также сравнение полученных результатов с результатами прогноза на моделях ARIMA, ИНС и гибридных Чанга [6, 7], показавшее, что новая модель имеет преимущества перед известными моделями в плане уменьшения ошибок прогноза.

**1. Модель прогноза на основе мультивейвлетной полиморфной сети.** Выход традиционной мультивейвлетной сети [11] определяется уравнением:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = g_{\lambda}(\mathbf{x}; \mathbf{w}) = w_{\lambda+1}^{[2]} + \sum_{j=1}^{\lambda} w_j^{[2]} \cdot \Psi_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m w_i^{[0]} \cdot x_i, \quad (1)$$

где  $\Psi_j(\mathbf{x})$  – многомерный вейвлет, представляющий собой произведение  $m$  скалярных вейвлетов;  $\mathbf{x}$  – вектор входных данных;  $m$  – количество входов;  $\lambda$  – количество скрытых вейвлет-нейронов;  $\mathbf{w}$  – параметры сети:  $w_{\lambda+1}^{[2]}$  – вес смещения,  $w_i^{[0]}$  – веса линейных связей,  $w_j^{[2]}$  – веса нелинейных связей. Многомерный вейвлет в формуле (1) вычисляется как

$$\Psi_j(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}), \quad (2)$$

где  $\psi$  – материнский вейвлет, и

$$z_{ij} = \frac{x_i - w_{(\xi)ij}^{[1]}}{w_{(\zeta)ij}^{[1]}}. \quad (3)$$

В выражении (3)  $i=1, \dots, m, j=1, \dots, \lambda+1, w_{(\xi)ij}^{[1]}$  – параметры сдвигов и  $w_{(\zeta)ij}^{[1]}$  – параметры масштабов вейвлетов.

Выбор материнского вейвлета зависит от решаемой задачи, это могут быть: первая или вторая производные Гауссианы, вейвлет Морле, ортогональные вейвлеты и вейвлет-фреймы.

В мультивейвлетной полиморфной сети (рисунок 1) используются материнские вейвлеты с дополнительным настраиваемым параметром, изменяющим форму вейвлета способом, отличным от сжатия и сдвига [12]. Например, можно использовать полиморфный материнский вейвлет Superposed LOGistic functions (“суперпозиция логистических функций”), известный как SLOG:

$$\psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]}) = \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} + \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}}},$$

где  $w_{(\rho)ij}^{[1]}$  – дополнительный настраиваемый параметр формы вейвлета, определяющий скорость его затухания. Тогда (2) будет выглядеть как:

$$\Psi_j(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]}).$$

Полный вектор параметров сети включает  $\mathbf{w} = (w_i^{[0]}, w_j^{[2]}, w_{\lambda+1}^{[2]}, w_{(\xi)ij}^{[1]}, w_{(\zeta)ij}^{[1]}, w_{(\rho)ij}^{[1]})$ . Эти параметры настраиваются в процессе обучения сети в результате минимизации среднеквадратической ошибки, построенной на разности требуемого  $y_p$  и действительного  $\hat{y}_p$  значений сети, по настраиваемым параметрам сети. Параметры сети на каждой итерации [15, 16] рассчитываются по формуле:

$$\mathbf{w}_{v+1} = \mathbf{w}_v - \eta \frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}_v} + \kappa(\mathbf{w}_v - \mathbf{w}_{v-1}), \quad (4)$$

где  $E = \frac{1}{2n} \sum_{p=1}^n (y_p - \hat{y}_p)^2$  – среднеквадратическая ошибка сети;  $v$  – номер итерации;  $\eta$  – параметр скорости обучения;  $\kappa$  – параметр момента.

Конкретные значения параметров  $\eta$  и  $\kappa$  зависят от используемого итерационного метода многомерной оптимизации.

В основе предложенного в [15, 16] метода прогноза, как, впрочем, и большинства методов, связанных с обработкой ВР, лежит построение векторов задержек:

$$\mathbf{x}_n = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+p-1})^T, n = 1, 2, \dots, N - p$$

и построение целевого вектора

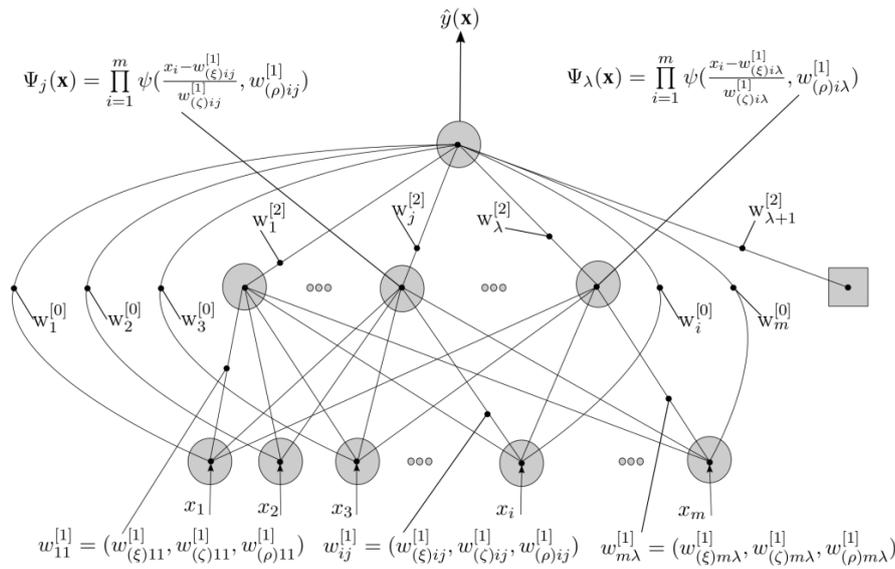


Рисунок 1 – Мультивейвлетная полиморфная сеть

$$\mathbf{y} = (x_{p+1}, x_{p+2}, \dots, x_N),$$

где  $N$  – количество отсчетов ВР;  $p$  – количество задержек.

Векторы задержек и целевой вектор используются для обучения мультивейвлетной полиморфной сети: векторы задержек  $\mathbf{x}_n$  подаются на вход мультивейвлетной полиморфной сети, в результате формируется вектор ответов сети:

$$\hat{y}_n(\mathbf{x}_n) = g_\lambda(\mathbf{x}_n, \mathbf{w}_v).$$

Затем находится среднеквадратическая ошибка сети, исходя из минимума которой, на основе одного из итерационных методов многомерной оптимизации (в приведенных примерах – метода Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно), подстраиваются параметры сети, используя обучающее правило (4).

Для прогноза ВР с помощью обученной мультивейвлетной полиморфной сети используется итеративный способ. Сначала строится исходный вектор задержек:  $\hat{\mathbf{x}}_j = (x_{N-p+j}, x_{N-p+2}, \dots, x_N)^T$ , на основании которого с помощью мультивейвлетной полиморфной сети делается прогноз на один шаг:  $\hat{x}_{N+1} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_j; \hat{\mathbf{w}})$ , затем

полученное значение добавляется к исходному вектору задержек, строится новый вектор:  $\hat{\mathbf{x}}_2 = (x_{N-p+2}, x_{N-p+3}, \dots, x_{N+1})^T$  и делается прогноз ещё на один шаг:  $\hat{x}_{N+2} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_2; \hat{\mathbf{w}})$  и так далее:

$$\hat{x}_{(k+1)} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_k; \hat{\mathbf{w}}),$$

где  $\hat{\mathbf{w}}$  – параметры обученной мультивейвлетной полиморфной сети;  $k = 1, 2, \dots, K$ , и  $K$  – количество прогнозируемых отсчетов ВР.

**2. Сравнение прогностических возможностей моделей.** Для сравнения возможностей различных моделей для прогнозирования ВР были рассмотрены следующие модели: ARIMA-модель, ИНС, гибридная модель Чанга, объединяющая модели ARIMA и ИНС [6, 7] и рассмотренная выше мультивейвлетная полиморфная сеть. В качестве экспериментальных данных были взяты три ВР (таблица 1) из открытой библиотеки данных Time Series Data Library (TSDL) [17], обладающих разными статистическими характеристиками и хорошо известных в статистических исследованиях: количество солнечных пятен (Wolf's sunspot data), численность популяции канадской рыси (Canadian lynx data), и курс британского фунта к доллару США (British pound/United States dollar exchange rate data).

Таблица 1 – Наборы данных временных рядов

BP	Размер выборки	Обучающее множество (размер)	Тестовое множество (размер)
Wolf's Sunspot data	288	1700–1920 (221)	1921–1987 (67)
Canadian Lynx data	114	1821–1920 (100)	1921–1934 (14)
Exchange rate data	731	1980–1992 (679)	1993 (52)

Таблица 2 – Ошибки прогнозов Wolf's Sunspot Data

Модель прогноза	35 points ahead		67 points ahead	
	MSE	MAD	MSE	MAD
ARIMA	216.965	11.319	306.08217	13.033739
ИНС	205.302	10.243	351.19366	13.544365
Гибридная модель Чанга	186.827	10.831	280.15956	12.780186
MWNN	151.825	9.1351	272.49066	12.420121

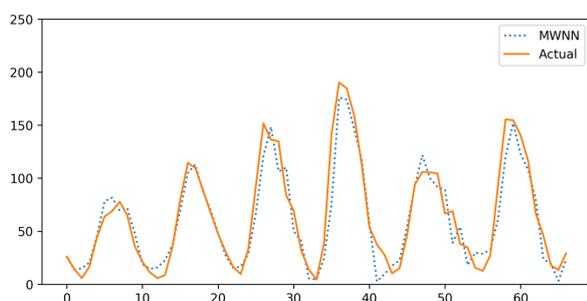


Рисунок 2 – Прогнозирование количества солнечных пятен (Wolf's Sunspot data) мультивейвлетной полиморфной сетью

Эффективность прогнозирования оценивали средней абсолютной ошибкой (MAE, Mean Absolute Error) и средней квадратической ошибкой (MSE, Mean Squared Error):

$$MAE = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K |e_i|, \quad MSE = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (e_i)^2,$$

где  $e_i = y - \hat{y}_f$ ,  $K$  – интервал прогнозирования;  $y$  – действительное значение уровня ряда;  $\hat{y}_f$  – прогнозное значение уровня ряда.

В таблице 2 и на рисунке 2 приведены результаты прогнозирования данных Wolf's Sunspot Data. Были использованы два периода прогнозирования – 35 и 67 лет. Для прогноза были использованы: ARIMA модель  $9 \times 0 \times 0$  (как показано в работе [6], эта модель – наиболее минималистичная среди всех ARIMA-моделей и часто используемая во многих других исследованиях,

например в [8]), нейросетевая модель ИНС, содержащая  $4 \times 4 \times 1$  нейронов, архитектура которой также обоснована в [6], гибридная модель Чанга [6] и мультивейвлетная полиморфная нейронная сеть (MWNN), содержащая  $9 \times 4 \times 1$  вейвлет-нейронов.

Сравнение результатов показывает, что MSE прогнозирования с использованием модели MWNN – наименьшая, причем меньше MSE гибридной модели Чанга [6] на 18.735 и 2.74 % соответственно.

Аналогичным образом были обработаны Canadian Lynx Data. Прогноз с помощью ARIMA выполнен на модели порядка  $12 \times 0 \times 0$ . Эта минималистичная модель также использовалась в работах [6, 8]. ИНС, содержащая  $7 \times 5 \times 1$  нейронов [6], дает несколько лучший прогноз по сравнению с ARIMA моделью. На рисунке 3 приведены результаты прогнозирования с использованием мультивейвлетной полиморфной сети MWNN, содержащей  $2 \times 7 \times 1$  нейронов.

Таблица 3 – Ошибки прогнозов Canadian Lynx Data

	MSE	MAD
ARIMA	0.020486	0.112255
ИНС	0.020466	0.112109
Гибридная модель Чанга	0.017233	0.103972
MWNN	0.007774	0.063614

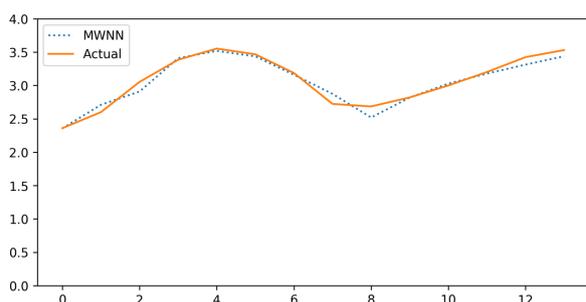


Рисунок 3 – Прогнозирование Canadian Lynx Data мультивейвлетной полиморфной сетью

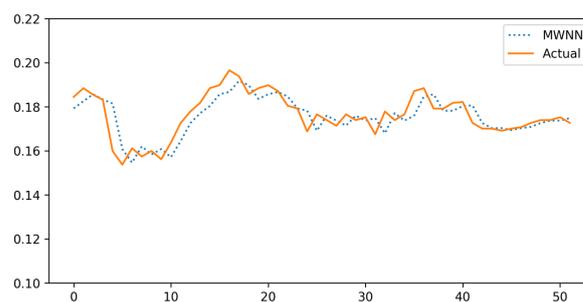


Рисунок 4 – Прогнозирование курса британского фунта к доллару США (Exchange rate Data) мультивейвлетной полиморфной сетью

Таблица 4 – Ошибки прогнозов Exchange rate Data (все значения MSE должны быть умножены на  $10^{-5}$ )

	1 month		6 months		12 months	
	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD
ARIMA	3.68493	0.005016	5.65747	0.0060447	4.52977	0.0053597
ИНС	2.76375	0.004218	5.71096	0.0059458	4.52657	0.0052513
Гибридная модель Чанга	2.67259	0.004146	5.65507	0.0058823	4.35907	0.0051212
MWNN	1.55629	0.002873	4.72234	0.0052145	3.31015	0.0042310

Сравнение результатов (таблица 3) показывает, что MSE прогнозирования мультивейвлетной полиморфной сети – наименьшая, причем меньше MSE гибридной модели Чанга [6] на 54.89 %. Здесь при построении модели использовали натуральный логарифм исходных данных.

Прогноз курса британского фунта к доллару США (Exchange rate Data) выполнен для интервала прогнозирования в 1, 6 и 12 месяцев с использованием модели ARIMA  $0 \times 1 \times 0$ , нейросетевой модели ИНС, содержащей  $7 \times 6 \times 1$  нейронов, гибридной модели Чанга [6] и мультивейвлетной полиморфной сети MWNN, содержащей  $1 \times 7 \times 1$  нейронов (рисунок 4).

Сравнение результатов (таблица 4) показывает, что прогнозирование с использованием мультивейвлетной полиморфной сети MWNN так же, как и в предыдущих примерах, более эффективное: MSE прогнозирования на MWNN меньше MSE гибридной модели Чанга на 41.77, 16.50 и 22.9 % соответственно.

**Выводы.** Таким образом, в работе представлена структура мультивейвлетной полиморфной сети и основанная на ней технология прогнозирования нестационарных ВР. На при-

мере краткосрочных прогнозов, известных в статистике ВР, показано, что точность прогнозов, полученных с помощью мультивейвлетной полиморфной нейросетевой модели, превышает точность прогнозов, полученных с помощью ARIMA-модели, ИНС и гибридной модели Чанга, объединяющей модели ARIMA и ИНС. Это достигнуто благодаря введению дополнительных настраиваемых параметров и, как результат, лучшей приспособляемости модели к характеру нестационарности ВР. Предложенная технология может быть применена для прогнозирования ВР, порожденных динамическими процессами различной природы.

#### Литература

1. Бокс Д. Анализ временных рядов: прогноз и управление / Д. Бокс, Т. Дженкинс. М.: Мир, 1974. 242 с.
2. Zhang G. Forecasting with Artificial Neural Networks / G. Zhang, B.E. Patuwo, MY Hu // The State of the Art; Intern. Jour. of Forecasting. 1998. 14(1). P. 35–62.
3. Ratnadip A. Homogeneous Ensemble of Artificial Neural Networks for Time Series Forecasting / A. Ratnadip, R.K. Agrawal // Intern. Jour. of Computer Applications. 2011. 32(7). P. 1–8.

4. Cortez P. Multi-scale Internet traffic forecasting using neural networks and time series methods / P. Cortez, M. Rio, M. Rocha and P. Sousa // *Expert Systems*. 2012. 29(2). P. 143–155.
5. Benkachcha S. Seasonal Time Series Forecasting Models based on Artificial Neural Network / S. Benkachcha, J. Benhra, H. El Hassani // *Intern. Jour. of Computer Applications*. 2015. 75(7). P. 37–42.
6. Zhang G.P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model / G.P. Zhang // *Neurocomputing*. 2003. 50(17). P. 159–175.
7. Zhang G.P. A neural network ensemble method with jittered training data for time series forecasting / G.P. Zhang // *Information Sciences*. 2007. 177(23). P. 5329–5346.
8. Khashei M. An artificial neural network (p, d, q) model for timeseries forecasting / M. Khashei, M. Bijari // *Expert Systems with Applications*. 2010. 37(1). P. 479–489.
9. Lekutai G. Adaptive Self-Turning Neuro Wavelet Network Controllers / G. Lekutai. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute, 1997. URL: <https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-554502439741131/unrestricted/ETD.PDF> (дата обращения: 15.02.2016).
10. Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis / I. Daubechies // *IEEE Trans. Inform. Theory*. 1990. V.36. №5. P. 961–1004.
11. Zhao J. Multidimensional non-orthogonal wavelet-sigmoid basis function neural network for dynamic process fault diagnosis / J. Zhao, B. Chen, J. Shen // *Computers and Chemical Engineering*. 1998. № 23. P. 83–92.
12. Верзунов С.Н. Синтез полиморфной вейвлет-сети и исследование её свойств для аппроксимации нестационарных временных рядов / С.Н. Верзунов // *Информатика и системы управления*. 2015. № 2. С. 60–69.
13. Верзунов С.Н. Аппроксимация временных рядов полиморфной вейвлет-сетью с обратными связями / С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко // *Математические структуры и моделирование*. 2016. № 2. С. 16–26.
14. Верзунов С.Н. Идентификация нелинейных динамических систем полиморфной вейвлет-сетью с обратными связями / С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко // *Вестник КPCУ*. 2015. Т. 15. № 9. С. 11–17.
15. Верзунов С.Н. Мультивейвлетная полиморфная вейвлет-сеть для прогнозирования геофизических временных рядов / С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко // *Проблемы автоматки и управления*. 2017. № 1. С. 78–87.
16. Верзунов С.Н. Технология прогнозирования экологических параметров окружающей среды на базе мультивейвлетной сети / С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко // *Вестник КPCУ*. 2017. Том 17. № 12. С. 145–149.
17. Hyndman R.J. Time Series Data Library, <http://data.is/TSDLdemo>. Accessed on 14.12.2018.