УДК 537.1 (075.8) (575.2) (04)

ЗАРЯД ПРОВОДЯЩИХ ЧАСТИЦ, ИСПУСКАЮЩИХ МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОНЫ

В.В. Попов – докт. физ.-мат наук, профессор,
Д.А. Летник, Израиль, Хайфа

Process of charging and a value of the stationary charge of conducting particles due to a photo effect are discussed. An essential influence of the external electrostatic field on the charge's value is shown. Conditions, when the particle's shape does not influence on the value of its charge are estimated. Screening of the charged sphere by electron plasma is investigated. Numerical estimations are given.

В технологических процессах обогащения рудного сырья для получения первичного концентрата нередко применяют электростатическую сепарацию частиц, предварительно заряженных с помощью коронного разряда или трибоэлектрического эффекта [1]. Однако эти методы зарядки не всегда позволяют разделить смесь. Существует еще один механизм, с помощью которого можно селективно заряжать частицы – фотоэффект. В ряде случаев смесь состоит из диэлектрических и проводящих частиц, для которых работа выхода электронов при фотоэффекте различна, причем, у металлов работа выхода меньше, чем у диэлектриков. Поэтому в данной работе исследуется процесс и величина заряда именно для проводящих частиц. Образование заряда тел в результате фотоэффекта представляет интерес также и для внеатмосферной астрономии [2, 3].

Физическое описание. Пусть уединенная, первоначально незаряженная проводящая частица произвольной формы помещена в однородное статическое электрическое поле напряженности $\mathbf{E}$. Потенциал этого поля зададим в виде $\varphi_E = -Ez$, $E>0$. Под воздействием внешнего поля частица поляризуется и вокруг нее возникает экранизирующее поле с потенциалом $\varphi_i(\mathbf{r})$. Эта функция может быть найдена путем решения уравнения Лапласа $\Delta\varphi_i = 0$ с граничными условиями постоянства суммарного потенциала $\varphi_E+\varphi_i$ на поверхности проводника и обращения φ_i в нуль при $r\to\infty$. Точно эта задача может быть решена только в высоко симметричных ситуациях, например, в случае эллипсоида и его предельных случаев.

Пусть поляризовавшаяся во внешнем поле частица испускает вследствие фотоэффекта моноэнергетические электроны (МЭ), которые вылетают с поверхности изотропно с одной и той же кинетической энергией T_0. Постоянная после начала процесса эмиссии плотность потока вылетающих МЭ на поверхности задана и равна J. В начале процесса эмиссии глобального потенциального барьера для вылетающих МЭ вокруг проводника нет. Потенциальный барьер всегда имеется лишь в направлении $z>0$. Поэтому часть электронов уходит на бесконечность. Другая часть возвращается на проводник, нейтрализуя его положительный заряд, который пополняется непрерывно происходящей эмиссией. В дальнейшем мы предполагаем, что любой электрон, достигший поверхности частицы, немедленно ею поглощается.

По мере накопления частицей заряда вокруг нее появляется, а затем растет глобальный потенциальный барьер, и с того момента времени, когда его наименьшая высота становится равной T_0, все испускаемые МЭ возвращаются на частицу назад, то есть, все они становятся захваченными. Захваченные электроны образуют вокруг частицы отрицательно заряженную “шубу”. Суммарный заряд системы (положительно заряженная частица + электронная “шуба”) в последующие моменты времени уже не меняется. Минимальная высота глобального барьера во все последующие моменты времени остается равной T_0. Стационарное состояние системы (частица + плазменная “шуба”) будем называть “одетая частица” (ОЧ). Для стороннего наблюдателя наиболее важной характеристикой является заряд не самой частицы, а именно заряд ОЧ. Он, естественно, меньше заряда частицы. Однако если J не слишком велика, что мы и предполагаем в дальнейшем (кроме раздела, посвященного экранированию), то заряд ОЧ будет практически равен заряду самой частицы.

Асимптотический предел. Прежде чем переходить к рассмотрению точно решаемой задачи – частицы сферической формы, рассмотрим случай, когда форма частицы не влияет на величину ее заряда в асимптотическом смысле.

В стационарном состоянии потенциал поля φ описывается уравнением Пуассона:

$$\Delta\varphi=4\pi\rho(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $\rho(\mathbf{r})$ – плотность заряда. Это суммарное поле φ есть сумма внешнего поля φ_E, поля заряженной и поляризованной частицы и поля “шубы”. Решение уравнения Пуассона представимо интегралом:

$$\varphi(\mathbf{r})=-Ez+\int\rho(\mathbf{r}')dv'/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|. \tag{2}$$

Интегрирование идет по области, занятой зарядами. Эта область включает в себя поверхностный слой частицы, где сосредоточены создавшиеся в результате эмиссии электронов положительные заряды и электронную “шубу”.

Если бы функция $\rho(\mathbf{r})$ была известной, то формула (2) уже была бы решением задачи. Однако распределение заряда не может быть задано произвольно, а определяется граничными условиями и кинетикой движения вылетевших электронов. Нахождение ρ по своей сложности равносильно решению всей задачи. Однако возможно отыскание асимптотического значения заряда частицы произвольной формы в условиях, которые будут определены самим характером рассматриваемого ниже приближения.

Пусть характерный размер частицы равен a и $r>>a$. Тогда знаменатель интеграла (2) можно заменить на r, и оставшийся интеграл будет приближенно равен искомому заряду q частицы:

$$\varphi=-Ez+q/r+O(a^2/r^2). \tag{3}$$

Потенциальная энергия электрона в поле φ равна $V=-e\varphi$, e – модуль заряда электрона. Тогда из формулы (3) следует, что наименьшей высоты глобальный потенциальный барьер для электронов, если таковой уже имеется, расположен в отрицательном направлении оси z. Поэтому положим в (3) $x=0$, $y=0$ и перейдем к безразмерным переменным $\psi_1=V/eEa$, $\tau_1=T_0/eEa$, $Q_1=q/Ea^2$, $Q_1>0$, $\xi=-z/a$, $|\xi|\geq1$. После отбрасывания малой дипольной добавки $O(a^2/r^2)$ получим: $\psi_1(\xi)=-\xi-Q_1/|\xi|$. Максимум этой функции при $\xi>1$ расположен в точке $\xi_1=Q_1^{1/2}$. Значение безразмерной потенциальной энергии ψ_1 в этой точке равно $\psi_{1max}=-2Q_1^{1/2}$. Нас интересует, однако, не абсолютное значение высоты потенциального барьера в его низшей точке, а его высота по отношению к потенциальной энергии электрона у поверхности частицы, то есть, при $\xi\sim1$. Примем для оценки значение $\psi_{1min}=\psi_1(1)=-1-Q_1$. Тогда уравнение $\psi_{1max}-\psi_{1min}=\tau_1$ позволяет определить Q_1. Выпишем вначале уравнение для ξ_1:

$$\xi_1^2-2\xi_1-\tau_1+1=0. \tag{4}$$

Его приближенное решение, удовлетворяющее условию $|z|>>a$, то есть при $\xi_1>>1$, есть $\xi_1\approx\tau_1^{1/2}$. Тогда $Q_1\approx\tau_1+2\tau_1^{1/2}$. Возвращаясь к исходным размерным переменным, получим приближенное искомое значение заряда частицы и ОЧ, а также величины $z_1=-a\xi_1$:

$$q\approx T_0a/e+2(T_0Ea^3/e)^{1/2},\ z_1\approx-(T_0a/eE)^{1/2}. \tag{5}$$

Как видно из полученной формулы, заряд q увеличивается с ростом T_0, E и размера частицы a.

Найденное решение для q, как следует из самого способа его получения, пригодно только в случае $T_0/eEa>>1$, то есть при достаточно малой напряженности поля E.

Наконец, отметим, что (5) оценивает заряд и композитной частицы, содержащей металлическую и диэлектрическую компоненты.

Определение заряда шара. Пусть уединенный, незаряженный вначале проводящий шар радиуса R помещен в однородное внешнее поле, о котором уже говорилось выше, и происходит его зарядка путем эмиссии МЭ. Величина этого заряда может быть найдена следующим образом. Используя известный результат для незаряженного проводящего шара, помещенного в однородное внешнее поле и поляризуемого им [4], мы можем сразу записать выражение для потенциальной энергии электрона $V(\mathbf{r})=-e\varphi(\mathbf{r})$ вне шара, когда он имеет положительный заряд q:

$$V(\mathbf{r})= eEz(1-R^3/r^3)-eq/r,\ r\geq R. \qquad (6)$$

Отличие этой формулы от (3) состоит в том, что теперь поляризационный член учтен точно, и он не считается малым. Функция $V(\mathbf{r})$ "автоматически" удовлетворяет граничному условию постоянства потенциала φ на поверхности шара, то есть при $r=R$.

Как уже отмечалось, глобальный потенциальный барьер для электронов вокруг шара появляется только когда шар накопит достаточно большой заряд q, причем в стационарном состоянии высота барьера в самой низкой его точке над уровнем $V(\mathbf{R})$ равна T_0. Интересующая нас точка, как ясно из (6), расположена на полуоси $z<0$. Тогда, полагая в (6) $x=y=0$, получим при $|z|>R$.

$$V(0, 0, z)= eEz(1-R^3/|z|^3)-eq/|z|. \qquad (7)$$

После начала эмиссии шар заряжается до тех пор, пока на некоторой, заранее неизвестной замкнутой поверхности, расположенной вне шара, не выполнится равенство

$$V(\mathbf{r})-V(\mathbf{R})=T_0, \qquad (8)$$

где $V(\mathbf{R})=V(0,\ 0,\ R)=-eq/R$. Суммарный заряд шара определяется из (8).

В формуле (7) удобно произвести определенные преобразования. Введем, как и ранее, безразмерную переменную $\xi= - z/R$, $|\xi|\geq 1$ и обозначим:

$\psi(\xi)=[V(0,\ 0,\ z)-\ V(\mathbf{R})]/eER$, $\psi(1)=0$, $\tau_0=T_0/eER$, $Q=q/ER^2$, $Q>0$.

В результате получим:

$$\psi= - \xi(1-1/|\xi|^3)-Q/|\xi|+Q. \qquad (9)$$

Потенциальный барьер, высота которого будет сейчас находиться, расположен в области положительных значений ξ при $\xi>1$. Возьмем производную функции (9) при $\xi>1$, приравняем ее нулю и обозначим искомое значение ξ в точке максимума функции $\psi(\xi)$ как ξ_m. В результате найдем

$$\xi_m^3-Q\xi_m+2=0. \qquad (10)$$

Условие (8), выражаемое теперь уравнением $\psi(\xi_m)=\tau_0$, дает

$$Q-Q/\xi_m - \xi_m(1-1/\xi_m^3) = \tau_0. \qquad (11)$$

Система уравнений (10)–(11) позволяет определить интересующие нас характеристики, прежде всего Q. Данное значение Q приближенно есть и (безразмерный) заряд ОШ. Подчеркнем, что если J не слишком велика, то он не зависит от того, происходит ли процесс в нейтральном газе или в вакууме.

Исключим из системы уравнений (10)–(11) Q:

$$(\xi_m+1)(\xi_m-1)^3-\tau_0\xi_m^2=0. \qquad (12)$$

Отсюда нетрудно убедиться, что переменная τ_0, рассматриваемая как функция ξ_m, монотонно увеличивается с ростом ξ_m. Это означает, что уравнение (12) имеет лишь один вещественный корень $\xi_m>0$.

Пусть $\tau_0>>1$. Из уравнения (12) следует, что в этом случае и $\xi_m>>1$. Тогда, опуская в (12) слагаемые, линейные по ξ_m и постоянную, придем к уравнению (4), где следует заменить $a\rightarrow R$ и, следовательно, к результату (5).

Пусть $\tau_0<<1$. Это соответствует сильному полю E. Представим уравнение (12) в виде $\xi_m=1+[\tau_0\xi_m^2/(\xi_m+1)]^{1/3}$. Приближенное решение этого уравнения может быть найдено итерационным путем. После вычислений получаем $\xi_m\approx 1+(\tau_0/2)^{1/3}+0.5(\tau_0/2)^{2/3}$. Для Q получим $Q\approx 3+3(\tau_0/2)^{2/3}$. В размерном виде решение имеет вид:

$$q=3ER^2[1+(T_0/2eER)^{2/3}],$$
$$z_m=-R[1+(T_0/2eER)^{1/3}]. \qquad (13)$$

Для практического применения важно соотношение между силой тяжести $F_g=mg$, действующей на частицу, и силой $F_E=qE$, действующей на нее же со стороны электрического поля. Пусть плотность шара равна γ. Тогда в случае слабого поля E получим:

$$F_E/F_g=3T_0E/(4\pi\gamma eR^2g),$$

а в случае сильного поля –

$$F_E/F_g=9E^2/(4\pi\gamma Rg). \qquad (14)$$

Для оценок положим R= 100 мкм, T_0=1 эВ, γ=4 г/см^3. E=3 кВ/см = 10 ед. СГС. Тогда τ_0=1/3, и по формуле (14) получим:

$$F_E/F_g\sim E^2/(\gamma Rg)=2{,}5.$$

С уменьшением R это отношение только увеличивается. Отметим, что проба воздуха наступает при E~30 кВ/см. Величина заряда для этих же значений параметров составляет

$q \approx 3ER^2 = 3*10^{-3}$ СГС, что соответствует дефициту электронов на шаре в количестве $n_e \sim 10^7$.

Выше мы считали поле E однородным. Если оно неоднородное, то даже незаряженный поляризованный шар будет втягиваться в область сильного поля. Дипольный момент P такого шара в предположении малого изменения поля на длине R есть $P=ER^3$, а модуль силы, на него действующей, равен $F_P=R^3E|dE/dz|$. Если $\tau_0 \ll 1$, то $F_P/F_E=R|dE/dz|/3E$. Малое изменение поля E на длине R означает, что мала и поляризационная сила: $F_P/F_E \ll 1$.

Экранирование. Знание размера электронной "шубы", экранирующей заряд частицы, важно для оценки сечения захвата одетой заряженной частицы сторонних электронов, нейтрализующих ее заряд. Ниже мы уже не будем считать концентрацию электронов "шубы" малой.

Описание эмиссии электронов. На поверхности функция распределения вылетающих ФЭ $f_0(T)$ есть

$$f_0(\mathbf{v})=A\delta(T-T_0), \qquad (15)$$

$T=mv^2/2$. Выбирая для интегрирования локальную систему координат с осью z, перпендикулярной поверхности, можем записать:

$$J=\int v_z f_0 d^3\boldsymbol{v}. \qquad (16)$$

Интегрирование выполняется по полупространству $v_z>0$. Вычисляя интеграл, найдем $A=Jm^2/2\pi T_0$. Плотность потока электронов, набегающих на поверхность, не может быть найдена без анализа их движения, определяемого конкретными условиями задачи.

Аналогично можем найти концентрацию вылетающих МЭ у поверхности.

$$n_i=\int f_0 d^3\boldsymbol{v}. \qquad (17)$$

Вычисления дают $J=0.5n_i(2T_0/m)^{1/2}=0,5n_iv_0$, v_0 – начальная скорость.

Модель без столкновения электронов. Пусть частица находится в вакууме или в столь разреженном нейтральном газе, что столкновениями испускаемых ею электронов с молекулами газа можно пренебречь. Если установилось стационарное состояние, то функция распределения электронов $f(\mathbf{r},\mathbf{v})$ подчиняется уравнению Власова:

$$\mathbf{v}\partial f/\partial \mathbf{r}+(e/m)(\partial f/\partial \mathbf{v})\partial\varphi(\mathbf{r})/\partial \mathbf{r}=0, \qquad (18)$$

общий интеграл, которого есть

$$f(\mathbf{r},\mathbf{v})=f(m\mathbf{v}^2/2-e\varphi(\mathbf{r})+C), \qquad (19)$$

где C – произвольная постоянная. Конкретный вид этой функции зависит от граничных условий. Однако, независимо от вида f, плотность потока $\mathbf{J}$ электронов, вычисляемая по формуле

$$\mathbf{J}=\int \mathbf{v} f d^3v,$$

где интегрирование теперь следует выполнять про всему пространству скоростей, равна нулю в силу нечетности подынтегрального выражения.

К сожалению, знания только f_0 недостаточно для определения f, даже если все вылетающие электроны остаются захваченными. Чтобы найти функцию распределения набегающих на поверхность электронов, необходимо исследование траекторий их движения, что, как правило, не является простой задачей. Более того, в качестве граничного условия к f на поверхности частицы не может быть задана произвольная функция. Такая задача может и не иметь решения. Только в высоко симметричных случаях, например, сферически-симметричном, аксиально-симметричном или одномерном знания f_0 достаточно для определения f в явном виде элементарным путем. В перечисленных симметричных случаях в уравнении (18) остается лишь одна пространственная координата, и тогда f_0 становится одновременно и функцией распределения на поверхности возвращающихся захваченных электронов. Для шара указанная симметрия означает пренебрежение полем $\mathbf{E}$. Далее полагаем $\mathbf{E}=0$. В этом случае $f(\mathbf{v})$ приобретает вид $f(\mathbf{v})=A\delta(T-e\varphi+e\varphi_0-T_0)$, где φ_0 – потенциал поверхности шара. Вычисленная с помощью найденной f концентрация электронов равна

$$n(r)=n_0[(e\varphi(r)-e\varphi_0+T_0)/T_0]^{1/2},$$

где $n_0=2n_i$ – концентрация электронов на поверхности, $n_0=2J(2m/T_0)^{1/2}$.

Диффузионно-дрейфовая модель. Предположим теперь, что вокруг частицы имеется нейтральный газ. Вектор плотности потока электронов в диффузионно-дрейфовом приближении равен

$$\mathbf{J}=n\mu d\varphi/d\mathbf{r}-Ddn/d\mathbf{r}, \qquad (20)$$

где $n(\mathbf{r})$ – концентрация электронов, μ – их подвижность, D – коэффициент диффузии.

Мы рассмотрим случай достаточно разреженного газа. При одном столкновении электрона с молекулой доля теряемой им энергии составляет порядка отношения массы электрона к массе молекулы, то есть, мала. Например, если газом является воздух, то для заметной потери энергии требуется $N \sim 10^5$ столкновений.

Соответствующая диффузионная длина составляет $L_f \sim \lambda_f N^{1/2}$, где λ_f – длина свободного пробега. Примем значение последней для воздуха при атмосферном давлении $P_{атм}$ равной λ_0=600 ангстрем. Тогда при ином давлении P диффузионная длина составит $L_f \sim \lambda_0 N^{1/2}(P_{атм}/P)$. Так, при P=0,1 атм $L_f \sim$100 мкм.

Пусть все испускаемые электроны являются захваченными и возвращаются под действием электрического поля и столкновений на поверхность прежде, чем они при столкновениях потеряют заметную часть своей энергии. Тогда можно считать, что в любой точке "шубы" все электроны имеют одинаковую кинетическую энергию T, величина которой определяется из закона сохранения механической энергии $T-e\varphi(\mathbf{r})=T_0-e\varphi_0$, $(-e\varphi_0)$ – потенциальная энергия электрона в точке его вылета с поверхности.

Подвижность электронов μ выражается через среднее время между столкновениями с молекулами τ формулой $\mu = e\tau/m$. В свою очередь τ выражается через среднюю длину свободного пробега λ соотношением $\tau=\lambda/v$. Примем в качестве модели коэффициента диффузии известный результат кинетической теории $D=(1/3)\lambda v$, тогда

$$\mathbf{J}=\lambda[(ne/mv)d\varphi/d\mathbf{r}-(1/3)v\,dn/d\mathbf{r}]. \qquad (21)$$

Плотность потока электронов подчиняется уравнению непрерывности div$\mathbf{J}$=0. В радиально-симметричном случае это означает, что и $\mathbf{J}$=0. Интегрируя уравнение $\mathbf{J}$=0, получим:

$$n(r)=n_0[(e\varphi(r)-e\varphi_0+T_0)/T_0]^{3/2}.$$

Граничные условия. На первоначальной стадии накопления заряда, когда все электроны были пролетными, на шаре возник потенциал φ_i, такой, что $e\varphi_i=eT_0$. Соответствующий заряд шара был равен $q=\varphi_i R=T_0R/e$. В последующие моменты времени все электроны становятся захваченными, формируется "шуба", заряд шара продолжает увеличиваться до его (неизвестного заранее) стационарного значения q_0, но суммарный заряд шара вместе с шубой уже не меняется, оставаясь равным q. Это и есть заряд ОШ. Обозначим радиус ОШ как R_1. Значение R_1 требует определения. Для стороннего наблюдателя ОШ является сферически симметричным заряженным объектом указанного радиуса, вне которого потенциал меняется по закону $\varphi=q/r=T_0R/er$, так что потенциал φ_1 и напряженность поля E_1 на границе ОШ равны соответственно

$$\varphi_1=q/R_1,\ E_1=-\varphi'(R_1)=q/R_1^2. \qquad (22)$$

При этом

$$e(\varphi_0-\varphi_1)=T_0. \qquad (23)$$

Потенциал шара связан с φ_0 формулой $q_0=\varphi_0 R$.

Экранирование в пределе без столкновения электронов. Введем безразмерные переменные:

$\xi=r/R$, $\xi\geq1$, $\psi=[e(\varphi-\varphi_0)+T_0]/T_0$, $L_s^{-2}=4\pi n_0e^2/T_0$, $\mu=R_1/R$, $\mu\geq1$.

Из уравнения Пуассона $\Delta\varphi=4\pi en$ получим:

$$(\xi^2\psi')'=\alpha\xi^2\psi^{1/2},\ \alpha=R^2/L_s^2. \qquad (24)$$

Производные от ψ берутся по переменной ξ. Это уравнение должно быть дополнено граничными условиями при ξ=μ и ξ=1. Таким образом, ψ является функцией трех переменных: ψ=ψ(ξ, μ, α). Однако μ и α не являются независимыми; одна из них должна быть задана, а вторая определится из граничных условий. Таким образом, мы имеем нелинейную задачу на собственные значения. Выпишем все граничные условия к уравнению (24):

$$\psi(1,\mu,\alpha)=1,\ \psi(\mu,\mu,\alpha)=0,$$
$$\psi'(\mu,\mu,\alpha)=-R^2/R_1^2=-\mu^{-2}. \qquad (25)$$

Два последних условия вытекают из (22)–(23).

Если игнорировать граничное условие при ξ=1, то, согласно теореме Пеано [5], на интервале $1\leq\xi\leq\mu$ задача (24)–(25) имеет решение при любых заданных конечных α и μ. Имея это решение, мы можем затем воспользоваться граничным условием ψ(1, μ, α)=1 для установления связи между α и μ, чем и завершится решение задачи.

Перейдем от задачи (24)–(25) к интегральному уравнению:

$$\psi(\xi,\mu,\alpha)=$$
$$=(1/\xi-1/\mu)+\alpha\int_\xi^\mu[\psi(t,\mu,\alpha)]^{1/2}(t^2/\xi-t)dt. \qquad (26)$$

Граничным условиям при ξ=μ последнее соотношение удовлетворяет автоматически. Из него также следует, что ψ(ξ, μ, α) на интервале 1<ξ<μ является неотрицательной, убывающей и вогнутой функцией. Отметим, что на этом же интервале вторая производная ψ по ξ положительна, а третья – отрицательна. Функция $F=1/\xi-1/\mu$ обладает всеми перечисленными свойствами. Используем ее в качестве первого приближения для итерационного решения уравнения (26). Тогда граничное условие $\psi(1, \mu, \alpha)=1$ дает искомую связь между μ и α интегральным соотношением:

$$1/\alpha=\mu_1\int^{\mu}[1/t-1/\mu]^{1/2}(t^2-t)dt. \qquad (27)$$

Из него следует, что α, рассматриваемая как функция μ, является неотрицательной, монотонно убывающей от значения $\alpha=\infty$ при $\mu=1$ до значения $\alpha=0$ при $\mu\to\infty$. Это согласуется с физическим представлением об экранировании: с увеличением интенсивности испускания электронов толщина "шубы" должна уменьшаться. При отсутствии электронной "шубы", то есть, если $\alpha=0$, потенциал заряженного шара спадает с расстоянием по закону Кулона, и тогда "радиус экранирования" $\mu=\infty$.

Интеграл (27) может быть вычислен аналитически, однако результат является крайне громоздким. Поэтому сразу рассмотрим предельные случаи.

Пусть $\mu>>1$ (малые значения J). Тогда $\alpha\approx16/(\pi\mu^{7/2})$. При μ-1<<1 (высокая интенсивность J) получим $\alpha\approx3/[2(\mu-1)^4]$. Соответствующие значения R_1 равны:

$R_1=R(16/\pi\alpha)^{2/7}$, $\alpha<<1$;

$R_1=R[1+(3/2\alpha)^{1/4}]$, $\alpha>>1$.

При этом $\alpha=4\pi n_0e^2R^2/T_0$. Напомним, что в отсутствие поля E заряд ОШ равен $q=T_0R/e$. Заряд самого шара вычисляется согласно формуле:

$$q_0=4\pi e_R\int^{R1}nr^2dr+q. \qquad (28)$$

Используя в качестве ψ функцию F, в наиболее интересном случае сильного экранирования $\mu-1<<1$ ($\alpha>>1$), после вычисления интеграла в (28), приближенно получим:

$q_0=\varphi_0R\approx(T_0R/e)\{[(2/3)\alpha]^{5/8}+1\}$.

Как и следовало ожидать, $q_0>>q$.

Экранирование в диффузионно-дрейфовом приближении. В этом случае уравнение Пуассона приобретает вид $(\xi^2\psi')'=\alpha\xi^2\psi^{3/2}$. Граничными условиями к нему являются соотношения (25). Столкновения электронов "шубы" с молекулами мы будем считать упругими, что допустимо, только если толщина шубы достаточно мала. Если использовать в качестве первого приближения $F=1/\xi-1/\mu$, то для определения зависимости μ от α получим интеграл, подобный (27) с заменой показателя степени $1/2\to3/2$. Тогда, полагая μ-1<<1, после асимптотического вычисления интеграла получим:

$R_1=R[1+(3/2\alpha)^{1/6}]$, $\alpha>>1$.

Отметим также следующий факт. Пусть *в отсутствии* внешнего поля **E** потенциал электростатического поля вокруг шара в безразмерных переменных описывается уравнением $(\xi^2\psi')'=\alpha G(\psi)$, где $G(\psi)$ – непрерывная функция, обращающаяся, как и выше, в нуль при $r>R_1$. Обе рассмотренные выше модели кинетики электронов удовлетворяют этому требованию. Выберем в качестве граничных условий $\psi(\mu, \mu, \alpha)=0$, $\psi'(\mu, \mu, \alpha)=0$. Последнее условие означает, что заряд ОШ равен нулю. Такая задача по теореме Пеано имеет решение. С физической точки зрения это означает, что зарядившийся на начальной стадии процесса ОШ, несмотря на непрерывную эмиссию электронов, с течением времени разрядится до нуля вследствие захвата им сторонних электронов, реально всегда имеющихся, пусть даже с малой концентрацией.

С другой стороны, проводящая "одетая" частица *произвольной* формы, помещенная во внешнее статическое электрическое поле и эмитирующая электроны, в стационарном состоянии непременно имеет ненулевой суммарный заряд. Это вытекает из теоремы Гаусса и того, что вокруг частицы существует глобальный потенциальный барьер для электронов. Предполагается, конечно, что плотность потока сторонних электронов, захватываемых частицей, не слишком велика. При этом неважно, имеется ли вокруг частицы нейтральный газ, или процесс происходит в вакууме.

Литература

1. Физические основы электросепарации /А.И. Ангелов, И.П. Верещагин, В.С. Ершов и др.; Под ред. В.И. Ревнивцева. – М.: Недра, 1983. – 271 с.
2. *Попов В.В.* Электрическое поле безатмосферного небесного тела // Космич. исслед. – 1989. – Т. 27. – №5. –С. 777–781.
3. *Попов В.В.* Фотостимулированное магнитное поле у поверхности безатмосферного небесного тела // Космич. исслед. – 1991. – Т. 29. – №3. – С. 427–431.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982.
5. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1968.