

УДК 550.837 (575.2) (04)

## К ПРОБЛЕМАМ ОТРАЖЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ МНОГОСЛОЙНЫХ СРЕД

**В.Д. Брагин** – канд. физ.-мат. наук,  
**И.А. Голяницкий** – докт. техн. наук, профессор  
Научно-производственное объединение “Молния”

The article is devoted to the analysis of numerous problems at reflection of sounding signals from deep layers of earth crust. Thus the considerable efforts were applied to a material enunciating at evident level of “physical” complexity.

### 1. Модели отражений от многослойных сред

Рассмотрим многолучевое отражение волн до глубин (рис. 1а) порядка 30 км.

Обозначим нормали (которые и есть лучи) к фронтам падающих и отраженных ЭМВ.

Из теоремы Снеллиуса (отражений и преломлений ЭМВ) следует, что преломление луча тем меньше, чем меньше электрическая неоднородность вещества (см. лучи с номерами 1, 2, 3 (штрихами указаны отражённые лучи), т.е., лучи всё больше похожи на “сноп” параллельных лучей [1], которые не несут энергии, и, следовательно, физически невозможны) и этот факт находит экспериментальное подтверждение в сильном ослаблении мощности отражений с увеличением глубины зондирования ГЭР вообще. Наоборот, при отражении луча №5 от слоя 3 (вверх) углы преломления увеличиваются, особенно при выходе в атмосферу (лучи с двумя штрихами), так что весьма возможно получить сумму 4” + 7” лучей, скользящих по поверхности (углы Брюстера) и складывающихся в фазе; более того, в окрестностях “аномалий” возможны случаи, когда падающий, отражённый и преломлённый лучи имеют один и тот же угол (отсчитываемый от вертикали к слою), так что могут циркулировать в такой зоне (лакуне) до полного затуха-

ния, внося заметные искажения при измерении полей в ГЭР на поверхности. При большом числе подобных лакун возможны и другие искажения, например, наложение ЭМВ с противоположными фазами.

На рис. 1б представлена картина ЭМП в дипольных зондированиях для излучающего кабеля (диполя) ИК в виде диполя Герца в правосторонней системе координат (X, Y, Z), когда кратчайший поворот от X и Y по правилу буравчика приводит к положительному направлению оси Z; магнитные силовые линии охватывают ИК в плоскости (X, Y) и ей параллельных, образуя сгущения и разрежения при удалении от ИК с одновременным затуханием (густота силовых линий падает); силовые линии электрического поля E параллельны плоскости (Y, Z); векторные произведения (1) полей E и H образуют правовинтовую систему координат и определяют вектор Умова–Пойнтинга [1, 2].

$$\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}], \quad |\vec{\Pi}| = |\vec{E}| \cdot |\vec{H}| \sin \theta. \quad (1)$$

На рис. 2а показаны полусферы радиусами  $r_1$ , пока без учёта влияния слоёв; на каждой полусфере выделены сферические кольца толщиной  $r_1 d\theta$ , где  $d\theta$  есть приращение угла  $\theta$ , отсчитываемого от оси ИК в точку кольца в меридианальной плоскости (азимутальной);

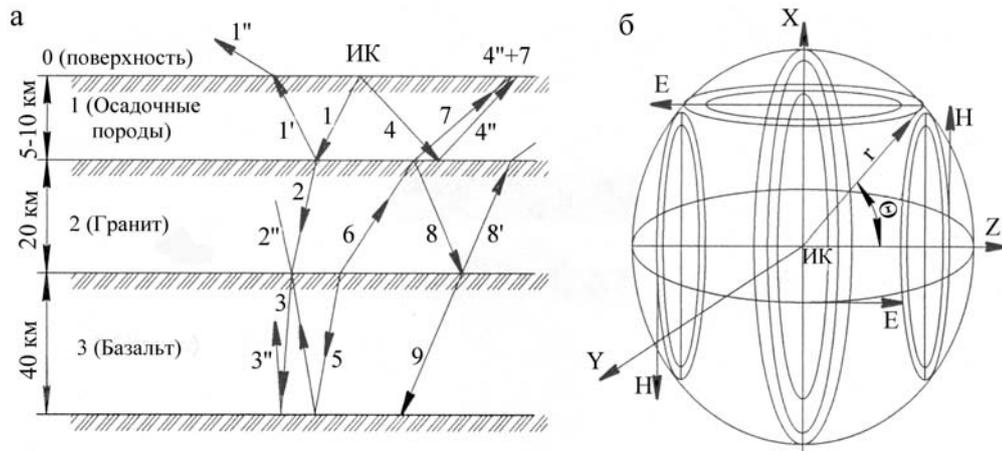


Рис. 1. Многослойный (1,...3) разрез (а), излучающий диполь ИК – вибратор Герца (б).

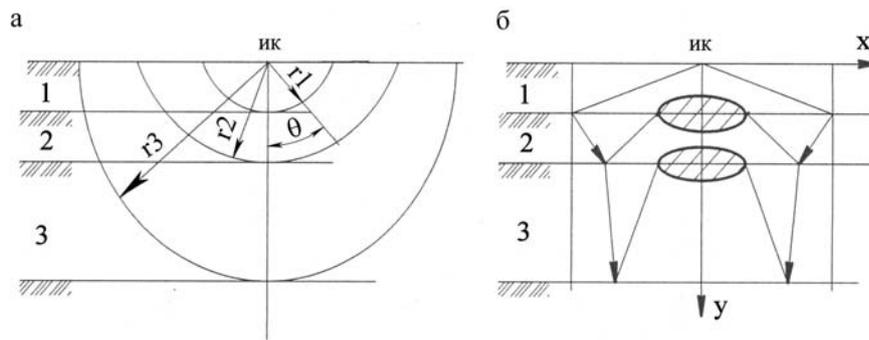


Рис. 2. Кольца шириной  $dr_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  (а). Фокусировка падающей вниз волны (б).

плоскости, перпендикулярные оси ИК называются экваториальными или угломестными), причём радиусы колец равны  $r_i \sin \theta$ , длина окружности  $2\pi r_i \sin \theta$ , и именно зависимость от угла  $\theta$  не позволяет просто умножить модуль вектора Умова–Пойнтинга  $\Pi$  на площадь полусферы  $2\pi r_i^2$ .

Обозначая площади элементарных колец через  $dS$ , и используя выражения [1] для амплитуд  $H$  и  $E$ :

$$H_i = \frac{Jl}{2r_i \lambda} \sin \theta, \quad E_i = 120\pi \frac{Jl}{2r_i \lambda} \sin \theta, \quad (2)$$

$$E_i / H_i = 120\pi = 377 \approx 26 \text{ дб},$$

получаем:

$$\begin{aligned} M_i &= \iint \Pi_i ds = \int_0^\pi \Pi_i d\theta = \int_0^\pi H \cdot E \cdot 2\pi r_i^2 \sin \theta d\theta = \\ &= \frac{120\pi^2 Jl^2}{4\lambda^2} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \\ &= \frac{120\pi^2 Jl^2}{4\lambda^2} \int_0^\pi (1 - \cos^2 \theta) d(-\cos \theta) = \\ &= \frac{120\pi^2 Jl^2}{4\lambda^2} \left[ \int_0^\pi d(-\cos \theta) + \int_{-1}^1 x^2 dx \right] = \\ &= \frac{120\pi^2 Jl^2}{4\lambda^2} \left[ 2 - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{40\pi^2 J^2 l^2}{\lambda^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где:  $J$  – амплитуда тока в ИК;  $l$  – его длина;  $\lambda$  – длина волны, отношение  $E/H=26$  дБ, что подтверждается результатами, приведёнными в [3] и [4], и, следовательно, можно считать, что дальняя (волновая) зона (ДЗ) для ИК начинается с дальности более 5 км. Формула (3) показывает излучаемую мощность  $M_i$ .

На рис. 2б предпринята попытка учесть влияние слоёв 1, 2, 3, т.к. изобразить преломление лучей легко (см. рис. 1а), а изломы двумерных поверхностей невозможно. Ясно, однако, что усечённые конусы образуют всё меньший “раствор” углов, мощности всё более концентрируются, и если затухание в слоях по мощности равны  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ , то отражённая от слоя №3 мощность (считаем её равной падающей мощности  $M_3$ ) равна:

$$M_3 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \frac{40\pi^2 J^2 l^2}{\lambda^2}, \quad \frac{M_3}{M_0} = \prod_{i=1}^3 \gamma_i, \quad (4)$$

$$M_0 = \frac{40\pi^2 J^2 l^2}{\lambda^2}.$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0.1, \quad \frac{M_3}{M_0} = 10^{-3} = -30 \text{ дБ} \\ \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0.02, \quad \frac{M_3}{M_0} = 8 \cdot 10^{-6} = -51 \text{ дБ} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где через  $M_0$  обозначена мощность излучения ИК. При учёте обратного отражения от слоя №3 из (5) получим, соответственно, ослабление мощности минимум на  $-60$  и  $-102$  дБ (ведь не учтено расхождение лучей вверх от слоя №3). Только эксперимент может подтвердить (или опровергнуть) полученные результаты. Но в целом результаты получились несколько неожиданные: в литературе не описано явление “фокусировки” проходящих ЭМВ вниз через толщу пород со всё более проводящими слоями; впрочем, как и обратное явление “расфокусировки” ЭМВ при ее распространении вверх по слоям с убывающей проводимостью; при этом не учитывались различные аномалии, и потери мощности излучения ИК в открытое пространство. Ясно одно: в каждую область расположения приёмных кабелей (диполей) (ПК) приходят множествен-

ные волны с различными амплитудами и фазами, что в предположении их нормализации позволяет считать принимаемые сигналы гауссовскими случайными процессами, что будет использовано впоследствии.

## 2. Проблема оптимизации расположения приёмных пунктов

Места расположения приёмных пунктов (антенн) назовём приёмными пунктами (ПП), и приступим к оптимизации расположения ПП по критерию минимума задержки отражённых сигналов [1, 2] так, чтобы от первого отражающего слоя 1 к приёмному пункту на поверхности земли (обозначим её слоем №0) поступал один сигнал с минимальной задержкой; отсчёт ведём от ИК с координатой в 0, расстояние до ПП 1 равно  $r_1$ ; второй ПП2 на расстоянии  $r_2$ , первым принимаем первый же сигнал, отражённый от слоя 1,2, и т.д. (см. рис. 3а). Если первые входящие сигналы удаётся чётко установить, то при многопозиционной обработке [1] путём, например, триангуляционной совместной обработки (рис. 3б) удаётся получить характеристики отражённых сигналов от каждого слоя по отдельности высокого качества, в том числе и от трёхслойной среды (рис. 3в). Разумеется, оптимизацию можно проводить путём использования углов падения, отражения и преломления, но подобная тригонометрическая оптимизация сложна и неудобна в обращении.

После некоторых поисков авторы пришли к выводу, что эффективнее всего воспользоваться методом последовательной условной оптимизации на плоскости [1] в отрезках; сначала отыскивается минимальная длина  $l_i$  (сумма квадратов катетов соответствующих треугольников), затем она (т.е.  $l_1$ ) считается известной (условие 1) и производится поиск минимальной длины  $l_2$  и т. д. Такой подход позволил использовать формулы для первой производной, приравнявая её потом нулю, и второй производной, не отрицательность которой по необходимости указывает на минимум. Итак, последовательно, получаем:

1. Путь 1 (OAr<sub>1</sub>), рис. 3а:

$$\left. \begin{aligned}
 l_1 &= 2h_1^2 + a_1^2 + (r_1 - a_1)^2 = (h_1^2 + a_1^2) + \left( h_1^2 + (r_1 - a_1)^2 \right), \\
 \frac{\partial l_1}{\partial a_1} &= 2a_1 - 2(r_1 - a_1) = 4a_1 - 2r_1 = 0, \quad a_{1opt} = \frac{r_1}{2}, \\
 \frac{\partial^2 l_1}{\partial a_1^2} &= 4 > 0, \quad l_{1min} = 2h_1^2 + 2\left(\frac{r_1}{2}\right)^2, \\
 \tau_{1min} &= \frac{\sqrt{2h_1^2 + 2\left(\frac{r_1}{2}\right)^2}}{V_1}.
 \end{aligned} \right\} (6)$$

2. Путь (ОАБВr<sub>2</sub>), рис. 3а:

$$\left. \begin{aligned}
 l_2 &= 2h_1^2 + 2a_1^2 + 2(h_2^2 + a_2^2) + h_1^2 + (r_2 - a_2)^2, \\
 \frac{\partial l_2}{\partial a_2} &= 4a_2 - 2(r_2 - a_2) = 6a_2 - 2r_2 = 0, \quad a_{2opt} = \frac{r_2}{3}, \\
 \frac{\partial^2 l_2}{\partial a_2^2} &= 6 > 0, \quad l_{2min} = 2h_1^2 + a_1^2 + 2h_2^2 + 2\left(\frac{r_2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}r_2\right)^2, \\
 \tau_{1min} &= \frac{\sqrt{2h_1^2 + a_1^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{2h_2^2 + \frac{2}{3}r_2^2}}{V_2}.
 \end{aligned} \right\} (7)$$

3. Путь (ОАБВГr<sub>3</sub>), рис. 3а:

$$\left. \begin{aligned}
 l_3 &= h_1^2 + a_1^2 + h_2^2 + a_2^2 + 2(h_3^2 + a_3^2) + h_2^2 + a_3^2 + h_1^2 + (r_3 - a_3)^2, \\
 \frac{\partial l_3}{\partial a_3} &= 6a_3 - 2(r_3 - a_3) = 0, \quad a_{3opt} = \frac{r_3}{4}, \quad \frac{\partial^2 l_3}{\partial a_3^2} = 8 > 0, \\
 l_{3min} &= 2h_1^2 + \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 + 2h_2^2 + \left(\frac{r_2}{3}\right)^2 + 2h_3^2 + 3\left(\frac{r_3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}r_3\right)^2, \\
 \tau_{3min} &= \frac{\sqrt{2h_1^2 + a_1^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{2h_2^2 + \left(\frac{r_2}{3}\right)^2}}{V_2} + \frac{\sqrt{2h_3^2 + \frac{3}{4}r_3^2}}{V_3}.
 \end{aligned} \right\} (8)$$

Считая среды 1–3 однородными по всей толщине, и полагая скорость распространения волн равной  $V_1 \div V_3$ , получаем минимальные задержки  $\tau_{i \min}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для упрощения формулы (8) было предложено, что угол преломления  $\theta_3 < \theta_2$ , но незначительно, что подтверждается физическими параметрами [3, 4], поэтому вертикальная линия из точки Г попадает в  $\tau_3$ . Разумеется, каждая из отражающих сред может быть многослойной; но значения оптимальных величин, см. (6)–(8), убывают по закону натурального ряда чисел (1/2; 1/3; 1/4;

1/5...), так что если, например, вторая среда состоит из пяти слоёв, то поступая последовательно, как в формулах (7) и (8), получим (хотя и громоздкое) точное решение. Учитывая, что длины кабелей в ПП (приемных диполей) конечны, получим некоторые интервалы измерения для  $\tau_1$ , больший интервал для  $\tau_2$ , и т.д., причём

$$\left( \tau_{1min} < \tau_1 \leq \tau_{1max} \right) \leq \left( \tau_{2min} < \tau_2 \leq \tau_{2max} \right) \leq \left( \tau_{3min} < \tau_3 \leq \tau_{3max} \right) \quad (9)$$

### 3. Модель зондирования земной коры в ГЭР

Если обозначить коэффициенты затухания волн в трёх слоях (см. рис. 3в) как  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ , то для моделирования на ЭВМ можно предложить схему, изображённую на рис. 4, и содержащую идеальную линию задержки (ЛЗ) с отводами, различными по количеству, затем умножители и сумматор. Если в каждом из отводов коэффициенты затухания разные, то каждый из умножителей “расщепляется” на требуемое количество их (так называемое “векторное” произведение – не путать со скалярным или векторным). При этом трудная задача расчёта задержек решена в (6) ÷ (9). Модель, изображённая на рис. 4а, относится к классу линейных моделей, удовлетворяющих принципу суперпозиции, способствующему нормализации суммируемых сигналов и каждому из диапазонов задержек при наличии трёх отдельных сумматоров и одного общего (если в этом есть необходимость). Отметим только, что первая область задержек порядка долей микросекунд, что потребует либо широкополосной аппаратуры (порядка десятков мегагерц), либо запоминающих устройств с большим объёмом памяти. В других диапазонах задержек (при отражении от ниже лежащих слоёв коры) требования к аппаратуре обработки снижаются, если разбить всю ЛЗ на три параллельные ЛЗ. При этом под  $U_{вх}$  понимается комплексное напряжение сигналов на входе, либо ток, либо поля (если имеется возможность обработки полей сигналов). Аналогично под  $U_{вых}$  подразумеваются напряжения, токи или другие реакции схем на выходе.

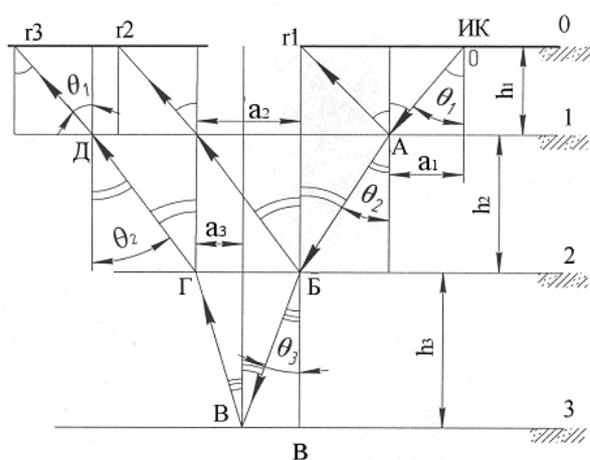
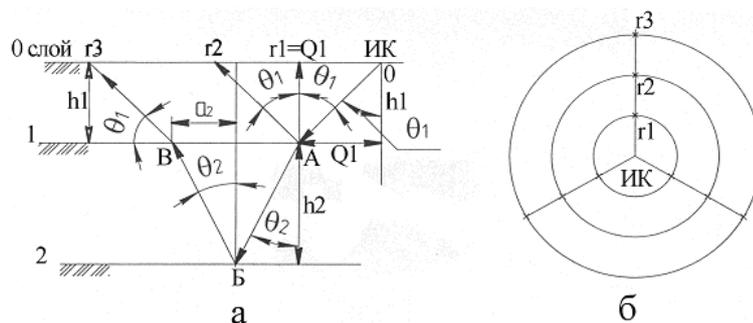


Рис. 3. Оптимизация дальности ПП<sub>1</sub> от ИК при отражении от первого и второго слоев (а).  
Возможное размещение ПП<sub>1</sub>, вид сверху (б).  
Оптимизация размещения трех ПП<sub>1</sub> при отражении от трех слоев (в).

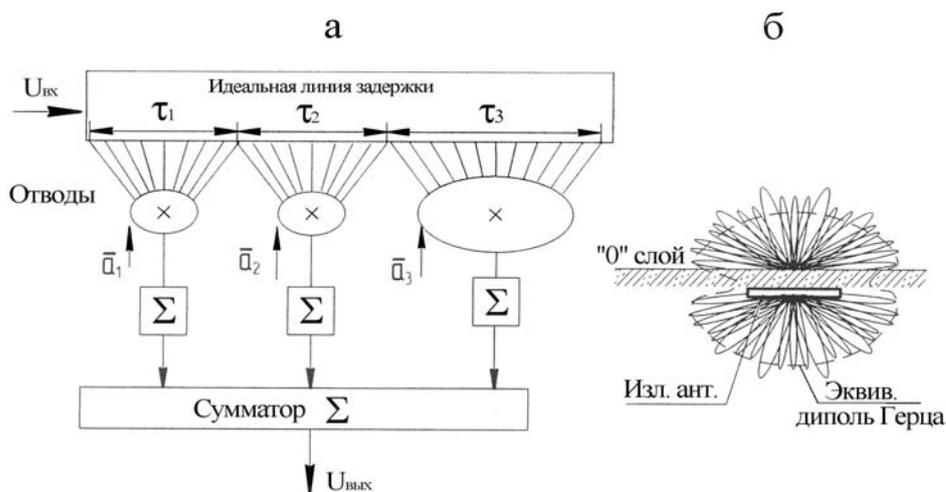


Рис. 4. Модель электромагнитного зондирования земной коры (а).  
Диаграмма направленности (ДН) излучающего диполя, эквивалентная ДН диполя Герца (б).

В [3] предпочтение отдаётся отношению напряжений на выходе приёмных кабелей (или электрических полей E) к току J<sub>в</sub> в излучающем кабеле, поэтому всё время говорится о сопротивлении ρ=E/J Ом (иногда о проводимости ρ<sup>-1</sup>), хотя на самом деле речь можно вести о любом отношении упомянутых выше величин; но во избежание нарушений традиций будем всюду ниже также говорить (или подразумевать) объёмные сопротивления ρ по разным отражающим слоям, зависящим от объёмных координат, времени облучения, проводимости, диэлектрических постоянных и т.д. Линейные модели сред земной коры вполне “справляются” с такими задачами.

**4. Сравнение реальных диполей с идеальным вибратором Герца**

Главная идея, описанная выше, заключалась в том, что излучающий диполь (а тем более приёмные диполи) можно заменить эквивалентным вибратором Герца (элементарным диполем Герца). Обратимся к единственному первоисточнику [3], где описаны реальные эксперименты по зондированию земной коры в разнообразных условиях на территории Бишкекского прогностического полигона. Соответствующие данные переработаны и сведены в таблицу при длине излучающего диполя L<sub>пер</sub>= 4,2 км, при различных размерах приёмных диполей L<sub>пр</sub> = (100–1000) м, на разных дальностях R км от одного и того же излу-

чающего кабеля (ИК) и при разнообразных свойствах зондирования пород земной коры с удельными сопротивлениями ρ (Ом\*м) = 3,5 – 318. Из анализа результатов, приведённых в таблице, вытекают важные для дальнейшего соотношения между длиной волны λ, и её минимальной величиной λ<sub>min</sub>, между скоростями V распространения электромагнитных волн в средах и их минимальной величиной V<sub>min</sub>, между частотами излучаемых волн f и максимальной частотой f<sub>max</sub> возможных принимаемых волн:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda}{\lambda_{\min}} &= \frac{V/f}{V_{\min}/f_{\max}} = \left( \frac{V}{V_{\min}} \right) \left( \frac{f_{\max}}{f} \right), \\ \frac{V_{\max}}{V} &= \frac{\lambda}{\lambda_{\min}}, \quad \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\min}} \right)^2 = \\ &= \left( \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \right) \left( \frac{f_{\max}}{f} \right) \approx 50 \left( \frac{f_{\max}}{f} \right). \end{aligned} \right\} (10)$$

отсюда получаем инварианты:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{f}{f_{\max}} \right) \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\min}} \right) &\approx 50 \\ \frac{V_i}{V_j} &= \sqrt{\frac{f_i}{f_j}} \end{aligned} \right\} (11)$$

(λ=f/V)

№ столбца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Длина приёмн. антенны	L <sub>пр</sub> = 1000 м															
Районы приёма	Аксу, с-ю R=56,5 км				Иссык-Ата, с-, R=23 км				Иссык-Ата, з-в, R=23 км				Кегеты R=23 км			
fГц	0,01	0,1	1,0	25	0,01	0,1	1,0	25	0,01	0,1	1,0	25	0,01	0,1	1,0	25
V(км/сек)	2,6	8,1	26	130	2,8	8,7	28	138	5,4	17	54	272	0,6	2,0	6,3	32
V <sub>max</sub> /V <sub>min</sub>	V <sub>max</sub> /V <sub>min</sub> =50				V <sub>max</sub> /V <sub>min</sub> =49				V <sub>max</sub> /V <sub>min</sub> =50				V <sub>max</sub> /V <sub>min</sub> =53			
λ(км)	257	81	26	5,1	276	87	28	5,5	543	172	54	11	63	20	6,3	1,3
ρ (ом-м)																
слой 1	65,50				75,72				295,2				3,520			
слой 2	10000				10000				10000				10000			
Толщина слоя I(км)	16,50				17,30				17,70				3,400			
λ/λ <sub>min</sub>	51	16	5,1	1,0	50	16	5,1	1,0	49	16	5,0	1,0	49	15	5	1
V/V <sub>min</sub>	1	3	10	50	51	16	5	1	1	3,1	10	50	1	3	10	53

Продолжение таблицы ( $\lambda=f/V$ )

№ столбца	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Длина приёмной антенны	$L_{пр} = 100$ м											
Район приёма	Чонкурчак, с-ю, R=10 км				Таш-Башат, с-ю, R=27 км				Чонкурчак, з-в, R=10 км			
fГц	0,01	0,1	1,0	25	0,01	0,1	1,0	25	0,01	0,1	1,0	25
V(км/сек) $V_{max}/V_{min}$	1,4	4,5	14	71	1,9	6,0	17	94	7,6	24	76	382
	$V_{max}/V_{min}=51$				$V_{max}/V_{min}=50$				$V_{max}/V_{min}=50$			
$\lambda$ (км)	141	45	14	2,8	187	59	19	3,7	764	242	76	15
ром-м слой 1 слой 2	20,42 10000				35,00 10000				584,1 10000			
Толщина (км) слоя 1	4,200				6,600				4,400			
$\lambda/\lambda_{min}$	50	16	5	1	51	16	5	1	51	16	5,1	1,0
$V/V_{min}$	1	3,2	10	51	1	3,1	9,5	49,5	1	3,2	10	50

### 5. Выводы

Независимо от частот, длин приёмных антенн (диполей), удалений их от ИК, типов разрезов и т.д. отношение  $V_{max} / V_{min} = 50$ , т.е., по сути, найден первый инвариант (10) – важная характеристика ЭМВ.

Именно последние две строки в таблице и побудили авторов к поиску инвариантов (11), причём все результаты расчётов показывают, что основное влияние на параметры ЭМВ внутри сред оказывают свойства геологических пород, частота электромагнитной волны, а также пространственные параметры приёмных антенн: дальности до ИК, наклоны горизонтов, углы места и азимута.

Излучение ИК в горизонтальной плоскости имеет неоднородный характер. В теории антенн [1, 2] известны так называемые “динамические антенны” (ДА), представляющие собой линейку из N излучателей, которые поочередно подключаются на время T/N к излучате-

лям. ДНА имеет многолучевую структуру, как представлено на рис. 4б. При использовании ИК также имеет место подобная веерообразная ДНА. Но, так или иначе, некая “средняя” ДН, показанная пунктиром на рис. 4б, близка к круговой (точнее, эллипсообразной) ДНА элементарного вибратора Герца, что и оправдывает усилия авторов.

### Литература

1. Голяницкий И.А. Математические модели и методы в радиосвязи. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 440 с.
2. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. – М.: Мир, 1984. – 822 с.
3. Проявление геодинамических процессов в геофизических полях / Под ред. Е.П. Велихова, В.А. Зейгарника. – М.: Наука, 1993. – 158 с.
4. Хмелевской В.К. Электроразведка. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 421 с.