

УДК 537.521 (575.2) (04)

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК БАРЬЕРНОГО РАЗРЯДА
В РАМКАХ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

С.В. Автаева – канд. физ.-мат. наук, доцент,

А.В.Скорняков – ведущий инженер,

В.С. Календарев – студент

Computational investigation of behavior of the dielectric barrier discharges (the DBD) within electrotechnical model is performed. Effect of source voltage, values of ionization and recombination coefficients on the DBD characteristics is studied.

В настоящее время барьерные разряды широко используются в озонаторах [1, 2], эксимерных лампах [3, 4], плазменных панелях и дисплеях [5], в различных плазменных технологиях [6–8], а также для дезактивации бактерий и очистки воды [9–12]. Барьерный разряд (БР) является неравновесным нестационарным процессом протекания электрического тока через газ. Расчет характеристик барьерного разряда с учетом всех физико-химических процессов, протекающих в нем, связан с большими математическими трудностями. Однако во многих случаях полезными оказываются простые модели, адекватно описывающие отдельные параметры барьерного разряда.

При проектировании озонаторов, эксимерных ламп, ячеек плазменных дисплеев, технологических установок, работающих на основе барьерного разряда, и источников питания к ним требуется знание электротехнических характеристик разряда (зависимость тока и напряжения на разрядном промежутке от частоты, формы и величины приложенного напряжения, выделяемой на разрядном промежутке мощности и т.д.). В этих случаях целесообразно использование электротехнической модели барьерного разряда, в которой разрядный промежуток и диэлектрические барьеры заменяются элементами электрической цепи (емкости

и сопротивления) и включаются в электрическую схему вместе с источником питания.

Впервые электротехническая модель была предложена в работах, посвященных расчетам озонаторов [13]. В работе [14] был предложен способ задания сопротивления с помощью уравнения проводимости. В [15] показано, что моделирование электрических характеристик барьерного разряда в рамках электротехнической модели при задании сопротивления разрядного промежутка с помощью уравнения проводимости позволяет моделировать основные параметры БР (перенесенный заряд, потребляемую мощность, амплитуду и длительность импульса тока) с точностью не ниже 10%.

В данной работе реализован расчет электротехнических характеристик БР в рамках электротехнической модели [14, 15] и проведен анализ влияния параметров электрической схемы на электрические характеристики БР.

1. Эквивалентная электрическая схема БР. БР представляется эквивалентной электрической схемой (рис. 1) и в настоящее время является одной из наиболее распространенных [16–18]. В схеме диэлектрические барьеры заменяются последовательно соединенными конденсаторами с емкостями C_1, C_2 – где индексы 1 и 2 относятся к первому и второму барьеру соответственно. Между конденсаторами C_1 и C_2

последовательно с ними подключен газовый промежуток – параллельно включенные сопротивление R и конденсатор с емкостью газового промежутка C_G . Емкость барьеров и емкость газового промежутка считаются постоянными. Сопротивление источника питания с напряжением $U(t)$ не учитывается.

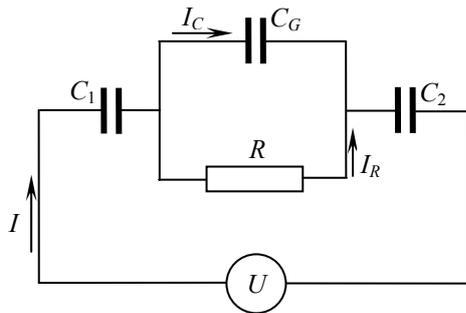


Рис. 1. Электрическая схема ячейки БР.

2. Основные уравнения. При последовательном соединении суммарная емкость барьеров C_D

$$C_D = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (1)$$

Для напряжения U , приложенного к ячейке, имеет место соотношение

$$U = U_G + Q/C_D, \quad (2)$$

где Q – внешний заряд на барьерах; U_G – напряжение на газовом промежутке.

В течение разряда внутри ячейки выполняется соотношение:

$$I = I_R + I_C, \quad I_R = \frac{U_G}{R}, \quad I_C = C_G \frac{dU_G}{dt}, \quad (3)$$

где I_R – ток через сопротивление; I_C – ток через конденсатор. Объединение уравнений (2) и (3) приводит к следующему уравнению:

$$I = \frac{1}{R} \left(U - \frac{Q}{C_D} \right) + C_G \left(\frac{dU}{dt} - \frac{I}{C_D} \right). \quad (4)$$

Из (4), учитывая определение силы тока через заряд, получим дифференциальное уравнение для заряда, перенесенного во внешней цепи [15, 17]:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{R(C_G + C_D)} = \frac{C_D}{C_G + C_D} \left(\frac{U}{R} + C_G \frac{dU}{dt} \right). \quad (5)$$

Зная зависимость заряда от времени не сложно найти ток во внешней цепи и напряжение на разрядном промежутке:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad U_G = U - \frac{Q}{C_D}. \quad (6)$$

Энергия, выделившаяся за импульс в ячейке БР и на газовом промежутке, может быть найдена по формулам:

$$E = \int_0^T U(t) I(t) dt = \int_0^T U dQ, \quad (7)$$

$$E_G = \int_0^T U_G(t) I(t) dt = \int_0^T U_G dQ.$$

Здесь не учитываются токи утечки, сопротивление подводящих проводов и сопротивление источника питания.

Модель позволяет описать дифференциальные характеристики БР. В БР изменение концентрации носителей заряда обусловлено процессами рекомбинации, которые пропорциональны произведению концентраций электронов и положительных ионов, и процессами ударной ионизации, пропорциональными числу электронов в первой степени. Концентрация электронов равна концентрации ионов и пропорциональна проводимости разрядного промежутка $G = 1/R$. При напряженности поля ниже некоторой пороговой величины (при напряжении на разрядном промежутке ниже напряжения пробоя) ионизация отсутствует.

Сказанное позволяет записать для проводимости газового промежутка дифференциальное уравнение [14, 15]:

$$\frac{dG}{dt} = k_{ion} G H(U_G, U_D) - k_{rec} G^2, \quad (8)$$

$$U_G = U - \frac{Q}{C_D},$$

где k_{ion} , k_{rec} – коэффициенты ионизации и рекомбинации; H – единичная функция Хевисайда

$$H(U_G, U_D) = \begin{cases} 0, & U_G < U_D \\ 1, & U_G \geq U_D \end{cases}, \quad (9)$$

где U_D – напряжение пробоя газового промежутка.

Коэффициенты ионизации и рекомбинации (k_{ion} , k_{rec}) могут быть ассоциированы с известными параметрами газового разряда: коэффициент ионизации (k_{ion}) пропорционален коэффициенту объемной ионизации α (первый коэффициент Таунсенда), коэффициент ре-

комбинации (k_{rec}) пропорционален объемному коэффициенту рекомбинации ρ (коэффициент Ланжевена) [15].

В работе [14] для интегрирования системы (5), (8) в среде PSIM была разработана эквивалентная схема, в которой для устранения расходимостей был использован фильтр второго порядка для сглаживания моментов включения ионизационного члена. В работе [15] для интегрирования системы (5), (8) был использован метод Рунге–Кутты четвертого порядка, погрешность которого на одном шаге по времени имеет порядок Δt^5 , где Δt – шаг по времени. При использовании данного метода интегрирования расходимости не возникают и необходимость в сглаживании отпадает.

В данной работе показано, что в предположении коэффициентов ионизации и рекомбинации (k_{ion} , k_{rec}) постоянными и гармоническом напряжении источника питания для системы (5), (8) может быть получено аналитическое решение.

3. Аналитическое решения уравнений электротехнической модели при задании проводимости постоянными коэффициентами ионизации и рекомбинации. В случае, когда проводимость газового промежутка описывается уравнением (8) с постоянными коэффициентами ионизации и рекомбинации, уравнение проводимости во время пассивной стадии разряда можно записать в виде:

$$\frac{dG_p}{dt} = -k_{rec} (G - G_0)^2, \quad (10a)$$

во время активной стадии –

$$\frac{dG_a}{dt} = k_{ion} (G - G_0) - k_{rec} (G - G_0)^2. \quad (10б)$$

Здесь G_0 – минимальная (остаточная) проводимость разрядного промежутка, достигаемая во время пассивной стадии разряда.

Общие решения уравнений (10a) и (10б) имеют вид, соответственно:

$$G_p(t) = \frac{1}{C_1^{(k)} + k_{rec}(t - t_0^{(k)})} + G_0, \quad (11a)$$

$$G_a(t) = \frac{e^{k_{ion}(t - t_0^{(k)})}}{C_2^{(k)} + \frac{k_{rec}}{k_{ion}} e^{k_{ion}(t - t_0^{(k)})}} + G_0. \quad (11б)$$

Подставив (11a) и (11б) в (5) и учитывая произвольность постоянных, найдем решение уравнения для заряда в следующей форме:

$$Q_p(t) = A_0 C_D \sin(\omega(t - t_0^{(k)}) + \omega t_0^{(k)}) + (C_1^{(k)} + k_{rec}(t - t_0^{(k)})) \frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)} e^{-\frac{G_0(t - t_0^{(k)})}{C_G + C_D}} \times \quad (12a)$$

$$\times \left(C_3^{(k)} - A_0 \omega \frac{C_D^2}{C_G + C_D} \times \cos(\omega(t - t_0^{(k)}) + \omega t_0^{(k)}) \times \int_{t_0^{(k)}}^t (C_1^{(k)} + k_{rec}(t - t_0^{(k)})) \frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)} e^{-\frac{G_0(t - t_0^{(k)})}{C_G + C_D}} dt \right)$$

$$Q_a(t) = A_0 C_D \sin(\omega(t - t_0^{(k)}) + \omega t_0^{(k)}) + (C_2^{(k)} \frac{k_{ion}}{k_{rec}} + e^{k_{ion}(t - t_0^{(k)})}) \frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)} e^{-\frac{G_0(t - t_0^{(k)})}{C_G + C_D}} \times \quad (12б)$$

$$\times \left(C_4^{(k)} - A_0 \omega \frac{C_D^2}{C_G + C_D} \times \cos(\omega(t - t_0^{(k)}) + \omega t_0^{(k)}) \times \int_{t_0^{(k)}}^t (C_2^{(k)} \frac{k_{ion}}{k_{rec}} + e^{k_{ion}(t - t_0^{(k)})}) \frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)} e^{-\frac{G_0(t - t_0^{(k)})}{C_G + C_D}} dt \right)$$

Здесь $C_1^{(k)} - C_4^{(k)}$ – постоянные, не зависящие от времени, для интервала времени $[t_0^{(k)}, t_0^{(k+1)}]$; $t_0^{(k)}$ – некоторая произвольная постоянная (она может выбираться таким образом, чтобы момент времени $t_0^{(k)}$ соответствовал времени начала пробоя в (12б) и времени погасания его в (12a)), k – номер области, в которой ищется решение, $t_0^{(k)}$ должна удовлетворять следующим условиям для любого k :

$$\begin{cases} U_G(t_0^{(k)}) = U_D, & \text{при наступлении пробоя} \\ U_G(t_0^{(k)}) = U_D - \Delta U, & \text{при погасании пробоя,} \\ t_0^{(k+1)} > t_0^{(k)} \end{cases} \quad (13)$$

где ΔU – разность между напряжением возникновения пробоя и напряжением завершения активной стадии разряда. В реальном барьерном разряде ΔU всегда больше нуля и положительно, то есть для возникновения пробоя нужно большее напряжение, чем для его поддержания.

Сшивка решений $Q_p(t)$, $Q_a(t)$ и нахождение постоянных $C_1^{(k)} - C_4^{(k)}$ осуществляется

из условий непрерывности зависимости заряда и проводимости от времени; постоянные в первой области $[t_0^{(1)}, t_0^{(2)}]$ находятся из начальных условий.

Пусть в начальный момент положим $Q(0) = Q_0$, начальная фаза для синусоидального напряжения $\varphi_0 = 0$, проводимость – G_0 . Тогда напряжение на разрядном промежутке

$$(U_G)_0 = U_0 - \frac{Q_0}{C_D}. \quad (14)$$

Зависимости заряда от времени находятся непосредственно из (12а) и (12б), постоянные $C_1^{(k)}$ и $C_2^{(k)}$ находятся с помощью формул (11а) и (11б) из условия непрерывности зависимости проводимости от времени.

Пусть в начальный момент $t_0^{(1)} = 0$ напряжение на разрядном промежутке меньше пробойного. Тогда из (11а) имеем:

$$C_1^{(1)} = \frac{1}{G(0) - G_0}. \quad (15)$$

Из (13а) получим:

$$C_3^{(1)} = Q_0 G_0 \frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)}. \quad (16)$$

Зная постоянные C_1^1 и C_3^1 , можно вычислить зависимость заряда $Q(t)$ и проводимости $G(t)$ от времени на отрезке времени $[t_0^{(1)}, t_0^{(2)}]$. Из (2) находится $U_G(t)$ и тогда момент наступления пробоя $t_0^{(2)}$ определяется из условия (13). В точке $t_0^{(2)}$ из условия непрерывности проводимости получим:

$$C_2^{(2)} = \frac{1}{G(t_0^{(2)}) - G_0} - \frac{k_{rec}}{k_{ion}}. \quad (17)$$

Из условия непрерывности зависимости заряда от времени в точке $t_0^{(2)}$ имеем:

$$C_4^{(2)} = (Q(t_0^{(2)}) - A_0 C_D \sin(\omega t_0^{(2)})) \times \left(\frac{1}{G(t_0^{(2)}) k_{rec}} \right)^{\frac{1}{k_{rec}(C_G + C_D)}}. \quad (18)$$

Далее с помощью (11а) и (12а) можно вычислить $G(t)$ и $Q(t)$ на отрезке $[t_0^{(2)}, t_0^{(3)}]$, который также определяется из (13). В момент

времени $t_0^{(3)}$ производится сшивка решений, аналогичная описанной выше, и так далее.

Предложенный аналитический метод решения уравнений электротехнической модели БР был реализован в системе MatLab.

4. Анализ характеристик БР в рамках электротехнической модели. Рассчитывались характеристики БР плоской геометрии (рис. 1) с емкостью барьеров равной 0.85 пФ (для диэлектриков с диэлектрической проницаемостью 4 при толщине 2 мм), емкостью разрядного промежутка – 0.22 пФ (при толщине газового промежутка 4 мм с диэлектрической проницаемостью 1). Частота синусоидального напряжения, прикладываемого к электродам, задавалась равной 50 кГц. Амплитуда напряжения варьировалась в диапазоне 4–12 кВ. Напряжение пробоя газового промежутка равно 2,2 кВ, что соответствует напряжению пробоя газового промежутка толщиной 4 мм в БР в ксеноне при давлении 400 Тор. Коэффициенты ионизации и рекомбинации варьировались в диапазонах $5 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ и $2 \cdot 10^{-10} - 2 \cdot 10^{-12} \text{ Ом с}^{-1}$, соответственно. Остаточная проводимость разрядного промежутка в моменты времени, предшествующие активной фазе разряда, задавалась равной $5 \cdot 10^{-7} \text{ см}$.

4.1. Зависимость характеристик разряда от внешнего напряжения. На рис. 2–4 представлены зависимости напряжения на разрядном промежутке (рис. 2), тока через ячейку (рис. 3) и проводимости газового промежутка (рис. 4) от времени для 4-х значений амплитуды внешнего напряжения: 4, 8, 10 и 12 кВ. Для коэффициентов ионизации и рекомбинации использовались значения $5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ и $2 \cdot 10^{-11} \text{ Ом с}^{-1}$, соответственно.

Как показали расчеты, напряжение на разрядном промежутке никогда не превосходит напряжения пробоя газового промежутка (рис. 2). При внешнем напряжении 4 и 8 кВ наблюдается один пробой за полупериод, при 10 кВ – два, а при 12 кВ – три пробоя (рис. 3). Как видно, число пробоев за период увеличивается при увеличении внешнего напряжения. Проводимость разрядного промежутка после наступления пробоя сначала быстро (экспоненциально) растет, затем гиперболически убывает (рис. 4). Такие зависимости проводимости от времени следуют из аналитических

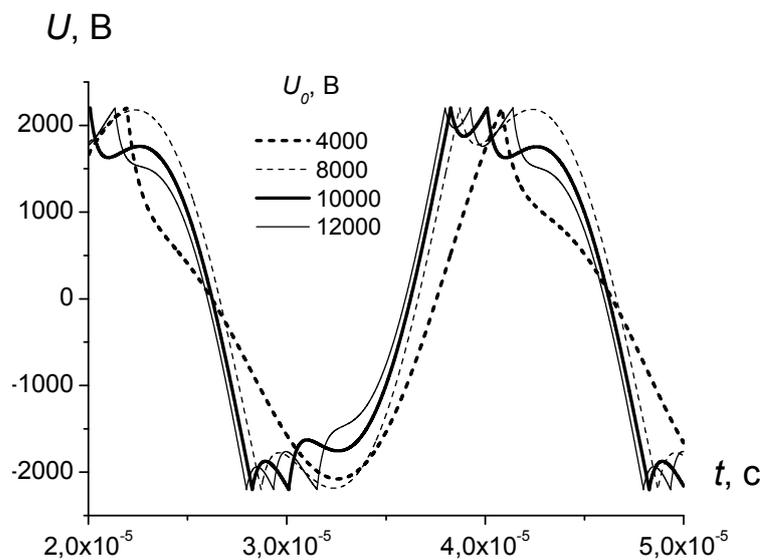


Рис. 2. Зависимость напряжения на разрядном промежутке от амплитуды внешнего напряжения ($f=50$ кГц).

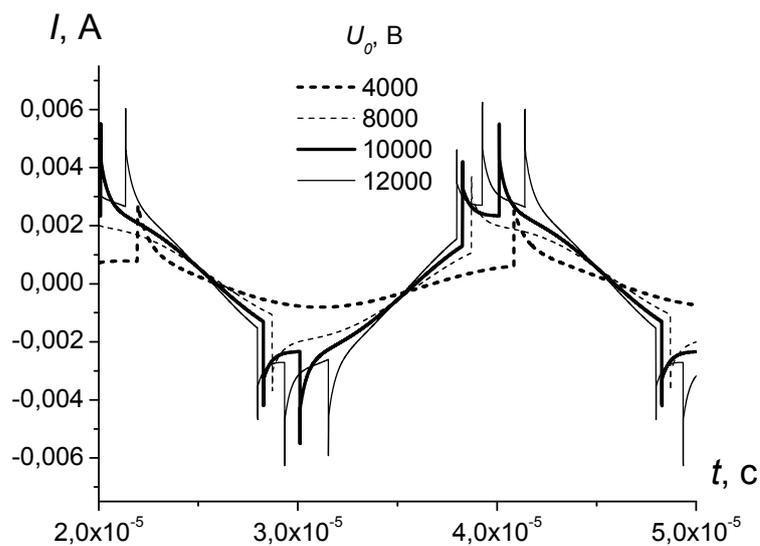


Рис. 3. Зависимость силы тока БР от амплитуды внешнего напряжения ($f=50$ кГц).

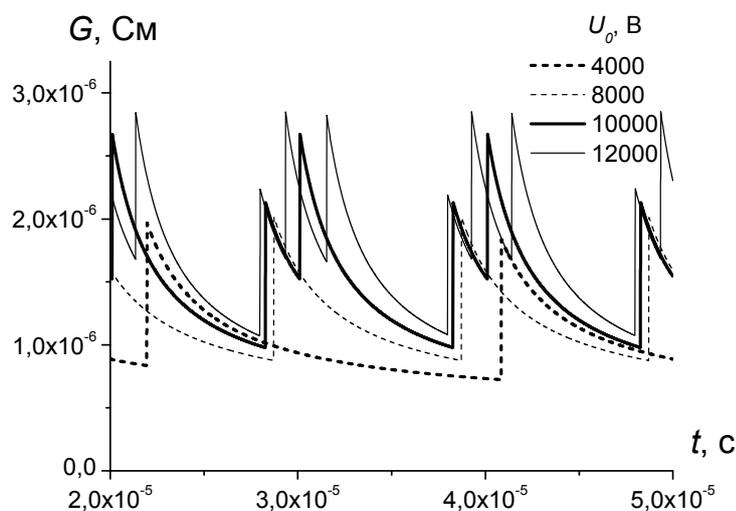


Рис. 4. Зависимость проводимости разрядного промежутка от амплитуды внешнего напряжения ($f=50$ кГц).

решений. При увеличении внешнего напряжения средняя за период проводимость, как это видно на рис. 4, возрастает.

4.2. Влияние значений коэффициентов ионизации и рекомбинации на характеристики барьерного разряда. Соотношение между коэффициентами ионизации и рекомбинации определяет значение сопротивления разрядного промежутка. При этом, как следует из аналитических решений электротехнической модели, в момент возникновения пробоя и до завершения активной фазы разряда, определяющую роль играет ионизация (коэффициент ионизации), во время пассивной фазы разряда – рекомбинация. Пробой обычно прекращается задолго до наступления равновесия между ионизацией и рекомбинацией, поэтому форма переднего фронта импульса тока не зависит от коэффициента рекомбинации. Задний фронт импульса абсолютно не зависит от коэффициента ионизации, в решении для пассивной фазы разряда он вообще не содержится. В работе [15] этот факт использовался для измерения коэффициентов ионизации и рекомбинации по экспериментально измеренным осциллограммам тока БР через ячейку.

На рис. 5 (а, б) представлены зависимости тока через ячейку от времени для 3-х значений коэффициента ионизации, коэффициент рекомбинации принимался равным $2 \cdot 10^{-11}$ Ом с^{-1} .

Амплитуда внешнего напряжения составляет 8 кВ. Как видно на рисунке, с уменьшением коэффициента ионизации растет число пробоев за период. С ростом коэффициента ионизации уменьшается среднее за период напряжение на разрядном промежутке и увеличивается пиковое значение силы тока.

На рис. 6 представлены зависимости тока через ячейку от времени для 3-х значений коэффициента рекомбинации, коэффициент ионизации принимался равным $5 \cdot 10^7$ с^{-1} . Амплитуда внешнего напряжения составляет 8 кВ.

При малых значениях коэффициента рекомбинации после прекращения пробоя относительно долгое время остается большое число носителей заряда, образовавшихся за счет ионизации при пробое. Сопротивление разрядного промежутка мало и, следовательно, невелико падение напряжения на разрядном промежутке. Поэтому после прекращения первого пробоя следующий пробой при малых коэффициентах рекомбинации наступает только в следующем полупериоде (два пробоя на период). При больших коэффициентах рекомбинации ситуация обратная, за один полупериод наблюдается большое число колебаний силы тока. После наступления пробоя и уменьшения электрического поля вследствие нейтрализации поверхностного заряда, проводимость разрядного промежутка быстро падает, это

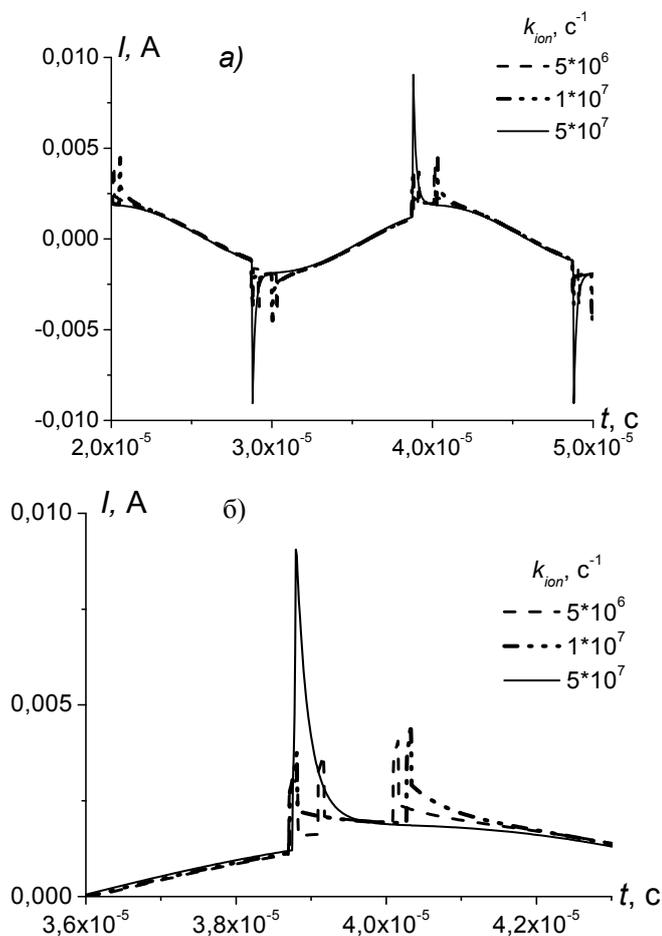


Рис. 5. Зависимость силы тока БР от коэффициента ионизации (а) и фрагмент зависимости в увеличенном временном масштабе (б).

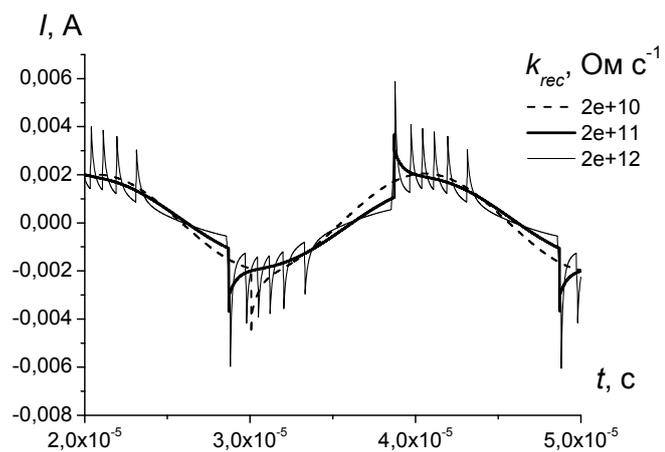


Рис. 6. Зависимость силы тока БР от коэффициента рекомбинации.

приводит к росту сопротивления разрядного промежутка и появлению падения потенциала на нем, которое снова достигает напряжения пробоя и возникает серия пробоев.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами моделирования характеристик барьерного разряда в ксеноне в рамках 1-мерной диффузионно-дрейфовой модели [19, 20]. В работе [19] показано, что с увеличением амплитуды внешнего напряжения однопиковый режим (один пробой на полупериод) БР в ксеноне сменяется двухпиковым режимом (два пробоя на полупериод), а при дальнейшем увеличении напряжения – многопиковым режимом. В [20] показано, что увеличение скорости рекомбинации заряженных частиц в плазме БР в ксеноне приводит к смене однопикового режима БР двухпиковым. Таким образом, моделирование характеристик БР в рамках электротехнической модели позволяет проводить анализ влияния параметров разряда на его характеристики, что, как было отмечено выше, важно для проектирования приборов на основе БР и источников питания к ним. Кроме того, простота электротехнической модели позволяет ясно понять физику развития целого ряда процессов в БР, понимание которых при моделировании характеристик разряда в рамках более сложных моделей затруднено.

Заключение. В работе получены аналитические решения уравнений электротехнической модели БР при задании сопротивления разрядного промежутка с помощью уравнения проводимости. С использованием найденных аналитических решений реализован расчет дифференциальных параметров БР в системе MatLab. Промоделированы электрические характеристики БР в ксеноне. Исследовано влияние амплитуды внешнего напряжения и коэффициентов ионизации и рекомбинации на характеристики БР в ксеноне. Показана возможность исследования физических процессов в БР в рамках электротехнической модели.

Литература

1. Kogelschatz U., Eliasson B. and Egli W. // Pure Appl. Chem. – 1999. – V. 7. – P. 1819–1828.
2. Самойлович В.Г., Гибалов В.И., Козлов К.В. Физическая химия барьерного разряда. – М.: Изд-во МГУ, 1989.
3. Ломаев М.И., Скакун В.С., Соснин Э.А. и др. // УФН. – 2003. Т.173, № 2. – С. 201–217.
4. Erofeev M.V. and Tarasenko V.F. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2006. – V. 39. – P. 3609–3614.
5. Boeuf J.P. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2003. – V. 36. – R53–R79.
6. Macauley D.J., Kelly P.V., Mongey K.F., Crean G.M. // Appl. Surf. Sci. – 1999. – V. 138/139. – P. 622–626.
7. Geretovszky Z., Boyd I.V. // Appl. Surf. Sci. – 1999. – V. 138/139. – P. 401–407.
8. Esrom H. // Appl. Surf. Sci. – 2000. – V. 186. – P. 1–4.
9. Yu. H., Xiu Z.I., Ren C.S., Zhang J.L., Wang D.Z., Wang Y.N., Ma T.S. // IEEE Interact. on Plasma Sci. – 2005. – V. 33, N 4. – P. 1405–1409.
10. Соснин Э.А., Авдеев С.М., Кузнецова Е.А. и др. // Прикладная физика. – 2005. – №4. – С. 74–78.
11. Oppenländer T., Gliese S. // Chemosphere. – 2000. – Vol. 40. – P. 15–21.
12. Алексеев С.Б., Кувшинов В.А., Лисенко А.А. и др. // ПТЭ. – 2006. – № 1. – С. 142–144.
13. Емельянов Ю. М., Филиппов Ю.В. // ЖФХ. – 1957. – Т. 31. – №7. – С. 1628.
14. Bhosle S., Dawson F.P., Zissis G., Damelincourt J.J. // Conf. Record of the 2004 IEEE Industry Appl. Conf., 39th IAS Annual Meeting IEEE. Piscataway, NJ, USA. – 2004. – Vol. 3. – P. 1667–1670.
15. Пыкулев А.А., Цветков В.М. // ЖТФ. – 2007. – Т. 77. – В. 7. – С. 22–27.
16. Oda A., Sakai Y., Akashi H. and Sugawara H. // J. Phys D: Appl. Phys. – 1999. – Vol. 32. – P. 2726.
17. Ломаев М.И. // Оптика атмосферы и океана. – 2001. – Т. 14. – №11. – С. 1091–1095.
18. Wichaidit C., Hitchon W.N.G. // Phys. Lett. A. – 2005. – Vol. 335. – P. 50–55.
19. Автаева С.В., Кулумбаев Е.В. // Изв. вузов. Физика. – 2007. – №9. Приложение. – С. 122–126.
20. Автаева С.В., Кулумбаев Э.Б. // Физика плазмы. – 2008. – Т. 34. – №5. – С. 1–19.