

УДК 519.6:533.7

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ СТРУИ ИЗ СОПЛА ЛАВАЛЯ

А.Дж. Картанова, С.М. Сулайманова

Рассматривается численное моделирование истечения турбулентной струи из сопла в прикладном программном пакете ANSYS Fluent 15.0. Выявлена сильная зависимость сходимости решения от количества элементов.

*Ключевые слова:* численное моделирование; турбулентная струя; сопло; программный пакет; ударно-волновая структура; течение; сходимость.

## THE COMPUTER MODELLING OF EXPIRATION OF THE STREAM FROM LAVAL NOZZLE

A. Dzh. Kartanova, S.M. Sulaymanova

Numerical modeling of the expiration of turbulent stream from a nozzle in the application software package of ANSYS Fluent 15.0 is considered. The strong dependence of convergence of the decision on quantity of elements was founded.

*Keywords:* numerical modeling; turbulent stream; nozzle; software package; shock-wave structure; flow; convergence.

Гидравлические усилители давления, основанные на применении струй высокого и сверхвысокого давления, широко применяются для разрушения горных пород, бетонных блоков и обработки материалов.

В сопло, используемое в этих устройствах, воздух поступает из компрессора в виде системы струй, скорость потока в нем снижается, и часть кинетической энергии преобразуется в потенциальную, что приводит к росту статического давления. Истечение струи из сопла происходит нестационарно, и процесс носит импульсный характер [1]. Для увеличения эффективности гидроусилитель давления проектируют таким образом, чтобы в импульсной струе был высокоскоростной участок с постоянной по длине скоростью, длина которого составляет 10–20 диаметров сопла. В результате получается высокоскоростная струя с постоянной скоростью, вытекающая из сопла в течение некоторого времени. Решение задачи истечения высокоскоростной струи со сложной волновой структурой требует создания адекватных математических моделей, описывающих весь комплекс физических процессов, а также разработки специальных эффективных численных методов её решения [2].

1. Рассмотрим задачу истечения турбулентной осесимметричной струи из сопла в двумерной постановке. Численное моделирование в данной ра-

боте проводится на основе решения двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса, описывающих динамику сжимаемого вязкого газа совместно с  $k$ – $\epsilon$  моделью турбулентности. Учитываются важные для данного класса течений аспекты модели турбулентности, такие как сжимаемость, неравновесность турбулентности и обеспечение физически допустимых решений (положительности кинетической энергии турбулентности и её скорости диссипации и реализуемости напряжений Рейнольдса). Сравнение влияния различных моделей сжимаемой диссипации и моделей учета неравновесности на точность расчета позволили сформировать конкретный вариант  $k$ – $\epsilon$  модели турбулентности [3]:

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_x V_y) &= \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e \frac{\partial V_x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_e \frac{\partial V_x}{\partial y}\right), \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x V_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y V_y) &= \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_e \frac{\partial V_y}{\partial y}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

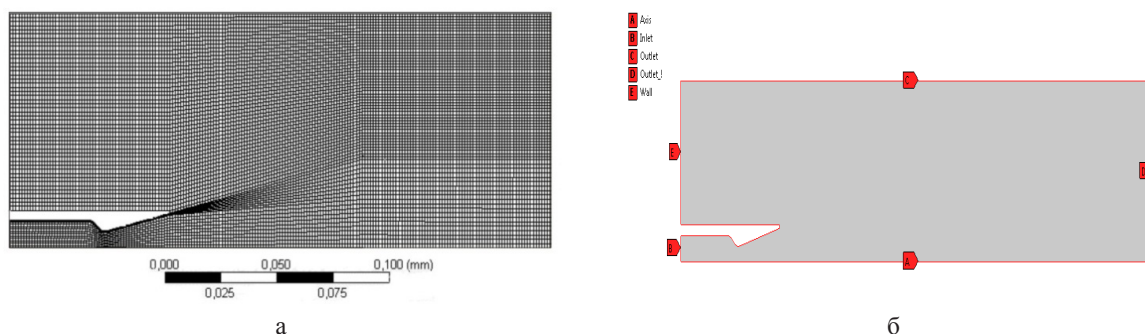


Рисунок 1 – Расчетная область: сеточная модель (а), схема области (б).  
Обозначения: А – ось, В – вход, С–D – выход, Е – твердая стенка

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x k) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y k) &= \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \Phi - \rho \varepsilon, \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_{1\varepsilon} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \Phi - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mu_e = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$k = \frac{1}{2} \rho \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 \right],$$

$$\varepsilon = \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( 2 \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2,$$

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 \right],$$

где  $\rho$  – заданная плотность воздуха ( $\rho = \text{const}$ );  $V_x, V_y$  – проекции вектора скорости жидкости;  $p$  – давление в жидкости;  $\mu$  – заданная физическая (ламинарная) вязкость ( $\mu = \text{const}$ );  $\mu_t$  – турбулентная (вихревая) вязкость;  $\mu_e$  – эффективная вязкость;  $k$  – кинетическая энергия турбулентности, отнесенная к единице массы жидкости;  $\varepsilon$  – скорость диссипации в тепло кинетической энергии турбулентности в единице объема жидкости;  $C_\mu, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, \sigma_\varepsilon$  – эмпирические константы к-ε модели:  $C_\mu = 0,09, C_{1\varepsilon} = 1,44, C_{2\varepsilon} = 1,92, \sigma_\varepsilon = 1,3$ .

Уравнения неразрывности (1), движения (2) и уравнения к-ε модели (3) записаны в консервативном виде; неизвестными являются функции  $V_x, V_y, p, k$  и  $\varepsilon$ .

II. Задача решается с помощью пакета ANSYS Fluent 15.0, который является одним из наиболее развитых и универсальных программных средств на основе методе конечных элементов [4].

Расчётная область и само течение являются симметричными, таким образом, рассматриваем задачу в половине области (рисунок 1, а). Для создания сеточной модели задаются параметры сетки, производится ее проверка и масштабирование. Используем двумерные четырехугольные элементы, которые позволяют рассчитать турбулентное течение вязкой сжимаемой жидкости. Расчетная область разбивается на элементы, распределенные неравномерно, вблизи оси симметрии возле сопла на основном участке движения струи и вдоль стенки, где больше градиенты параметров течения, элементы расположены густо и имеют небольшие размеры. На остальных участках, где градиенты малы, элементы расположены реже и имеют большие размеры. При задании параметров расчетной области потребовалось 21205 элементов. Для получения результатов достаточной точности, расчет потребовал 40000 итераций и длился около 12 часов. Использовалась следующая конфигурация компьютера: процессор – Intel® Core (TM) i3-2350 CPU, тактовая частота ядра 2,30 ГГц (при стандартной частоте 2,30 ГГц); тип процессора – четырехядерный; оперативная память 4 Гб [2].

В качестве рабочего тела была выбрана жидкость (fluid) – модель вязкого газа с постоянным коэффициентом теплоемкости при постоянном давлении  $C_p$  – Air Ideal Gas (constant  $C_p$ ). Динамическая вязкость подчиняется закону Сазерленда (температурная зависимость).

Важной составляющей успешного решения системы уравнений Навье–Стокса является корректное задание граничных условий. Граничные условия установлены в соответствии со схемой расчетной области, приведенной на рисунке 1, б: на входе в сопло определяли: полное давление (pressure-inlet)  $P = 2.5 \cdot 10^5$  Па; параметры турбулентности – Turbulent Intensity = 1.5 %, Turbulent Length Scale = 10 мм; температура  $T = 287$ К.

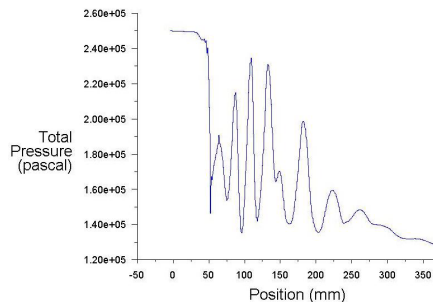


Рисунок 2 – Распределение полного давления вдоль продольной оси

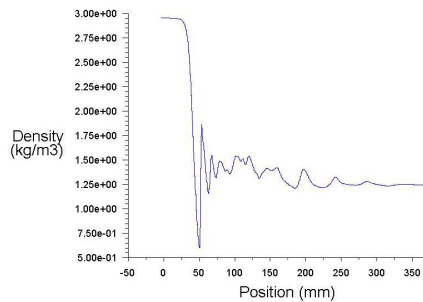


Рисунок 4 – Распределение плотности

На выходе расчетной области заданы: полное давление (pressure-outlet)  $P = 1.008 \cdot 10^5$  Па; температура  $T = 294$ К; параметры турбулентности такие же, как на входе.

На стенках (wall): температура  $T = 287$ К.

Решение строили методом установления вторым порядком точности для расчета параметров течения и первым для параметров турбулентности. В результате расчета определено, что за 12 часов происходит установление течения.

Полученные результаты показали, что крупные вихри, которые формируются в зоне смещения турбулентной струи, порождают пульсирующее поле давления (рисунки 2, 3).

Средняя по времени величина давления зависит от относительного расстояния между параллельными отрезками замкнутого крупного вихря, расположенного в поперечном сечении струи. Чем ближе к оси струи и толще соответствующие отрезки, тем ниже среднее давление в поле вихря.

Поэтому на короткие, взаимно более удаленные стороны жидкого контура, охватываемого замкнутым прямоугольным вихрем, действует более высокое давление, чем на его длинные стороны. Это вызывает перетекание жидкости в плоскости поперечного сечения струи. В результате вихрь, его внутреннее поле и все поперечное сечение струи постепенно деформируется.

На рисунках 4, 5 приведены графики распределения параметров струи, вытекающей из сопла, вдоль продольной оси: плотности и числа Маха.

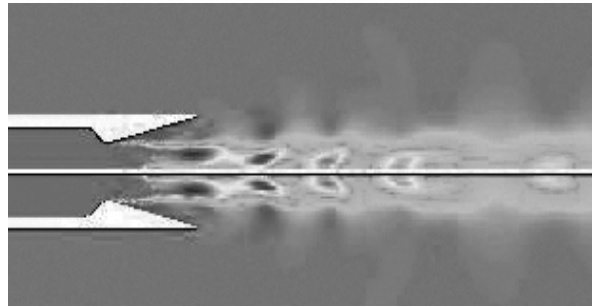


Рисунок 3 – Расчетное поле полного давления вдоль оси струи

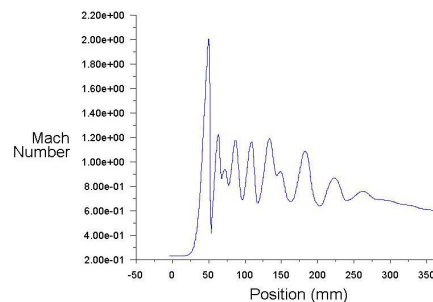


Рисунок 5 – Распределение числа Маха

Можно говорить об удовлетворительном воспроизведении ударно-волновой структуры течения в расчете.

Таким образом, разработан численный метод высокого порядка точности для численного моделирования турбулентного истечения струи из сопла. Достоверность результатов расчетов контролировалась сравнением с результатами, полученными другими численными методами.

#### Литература

1. *Крайко А.Н.* Газовая динамика. Избранное Т.2 / А.Н. Крайко, А.Б. Вагажин, А.Н. Секундов. М.: Физматлит, 2005. С. 269–276.
2. *Веремеев С.А.* Взаимодействие импульсной затопленной струи жидкости с преградой / С.А. Веремеев, А.Н. Семко // Прикладная гидромеханика. 2008. Т. 10. № 1. С. 3–9.
3. *Шабаров В.В.* Применение системы ANSYS к решению гидрогазодинамических задач: учеб.-метод. матер. по прогр. повышения квалификации “Информационные системы в математике и механике” / В.В. Шабаров. Нижний Новгород, 2006. 108 с.
4. *Хитрых Д.* Расчёт параметров турбулентной осесимметричной струи на выходе из сопла в ANSYS Fluent, КАДФЕМ Си-Ай-Эс / Д. Хитрых, 2010–2014. URL: <http://www.cadfem.ru>.