

УДК 519.711:626/627:624.145.8
DOI: 10.36979/1694-500X-2023-23-4-137-152

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА В ГИДРОТЕХНИЧЕСКОМ СООРУЖЕНИИ

А.Ш. Токтогулова, Г.Д. Кабаева, Т. Жумаев

Аннотация. Рассматривается метод математического моделирования физического процесса в гидротехническом сооружении, с помощью которого возможно предотвратить формирование заторов льда на реках. Эти опасные природные явления приводят к затоплениям прилегающих территорий, объектов инфраструктуры и других наземных объектов. Разработана математическая модель физического процесса и устройств гидротехнического сооружения, которые помогут предотвратить формирование заторов льда на реках. Это возможно осуществить путем отвода кусков льда и снежных зажоров с помощью перенаправления движения потока талых вод из-под льда, а также поступающей воды сверху, по ж/б желобам, которые размещены последовательно и встык во вырытый ниже дна и по середине русла реки канал.

Ключевые слова: математическое моделирование; заторы; снежные зажоры; гидротехническое сооружение.

ГИДРОТЕХНИКАЛЫК КУРУЛУШТАГЫ ФИЗИКАЛЫК ПРОЦЕССИ МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛДӨӨ

А.Ш. Токтогулова, Г.Д. Кабаева, Т. Жумаев

Аннотация. Гидротехникалык түзүлүштөгү физикалык процессти математикалык моделдөө ыкмасы каралат, анын жардамы менен дарыяларда муз тыгындаларынын пайда болушун алдын алууга болот. Бул коркунучтуу жаратылыш кубулуштары курчап турган аймактарды, инфраструктуралык объекттерди жана башка жер үстүндөгү объекттерди суу каптоого алып келет. Дарыяларда муз тыгынын пайда кылбоого жардам бере турган физикалык процесстин жана гидротехникалык түзүлүштөрдүн математикалык модели иштелип чыккан. Муну муз жана кар тыгындаларын муздун астынан эриген суулардын агымынын кыймылын, ошондой эле жогорудан келген сууну темир жол арыктары боюнча кезек-кезеги менен жана түбүнөн ылдый жана дарыянын нугунун ортосунан казылган каналга кайра багыттоо аркылуу ишке ашырса болот.

Түйүндүү сөздөр: математикалык моделдөө; тыгындалар; кар тыгындалары; гидротехникалык түзүлүш.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PHYSICAL PROCESS IN A HYDRAULIC STRUCTURE

A.Sh. Toktogulova, G.D. Kabaeva, T. Zhumaev

Abstract. The method of mathematical modeling of the physical process in a hydraulic structure is considered, with the help of which it is possible to prevent the formation of ice jams on rivers. These dangerous natural phenomena lead to flooding of adjacent territories, infrastructure facilities and other ground facilities. A mathematical model of the physical process and devices of the hydraulic structure has been developed, which will help prevent the formation of ice jams on rivers. This can be done by removing pieces of ice and snow jams by redirecting the flow of meltwater from under the ice, as well as incoming water from above, along the railway gutters, which are placed sequentially and butt-to-butt into the channel dug below the bottom and in the middle of the riverbed.

Keywords: mathematical modeling; congestion; snow jams; hydraulic structure.

Опасность возникновения заторов льда на реках в черте г. Бишкек приводит к необходимости поиска эффективных способов и устройств защиты от этих природных явлений.

Известен ряд работ в этом направлении, в частности, в работе [1] приводятся данные мониторинга этих процессов службой МЧС КР с жёстким их прогнозированием. Исследованием этих природных явлений занимаются и специалисты Института геомеханики и освоения недр НАН КР, КГТУ им. И. Раззакова, КРСУ им. Б.Н. Ельцина и др. В работе Г.И. Логинова [2] приводится методика исследований гидротехнических процессов на водозаборах горных рек, включая периоды зимнего режима эксплуатации водозаборных сооружений и характеристик льда шуговых образований на горных реках, включая реки Аламедин и Ала-Арча. Математическое моделирование как метод исследования в поиске модели физического процесса в работе устройств гидротехнического сооружения, которые помогут предотвратить формирование заторов льда на реках, изложено в работе [3]. Река Ала-Арча в черте г. Бишкек является наглядным объектом для натурного исследования моделирования процессов формирования заторов на реках.

В работе [4] приведен обзор и анализ заторов льда на реках до 1970 г., а в работе [5] описана теория процессов формирования скоплений льдин на реках России, приведена методика наблюдений за зазорами и заторами, а также рассмотрены процессы замерзания шугоносных рек и образования на них зажоров льда.

Изучение и натурные исследования формирования заторов льда с зазором на реке Ала-Арча в период 2012–2013 и 2017–2018 гг., которые фиксировались фото- и видеосъёмкой, позволили установить, что заторов льда без зажоров на этой реке не бывает. На малых реках республики заторы льда формируются, как правило, после потепления атмосферы и от движения тонких покровов льда, покрытых снегом, и слоя воды под ними. В этих случаях боковые связи льда с береговыми стенками русла реки прерываются. Освобождённые и поднятые покровом воды толщи льда, двигаясь, при падениях разламываются на куски. Здесь покров льда на указанном участке русла реки может быть погружен в воду или быть в поднятом состоянии под действием силы Архимеда, равной:

$$F_A = \rho_w g V_{\text{л}} \text{ м/с.} \quad (1)$$

Здесь ρ_w – плотность воды; $V_{\text{л}}$ – объем части покрова льда, погруженного в воду в м^3 . Следует отметить, что плотность погруженного в воду покрова льда и снежных зажоров всегда меньше, чем воды.

Из-под покрова неподвижного льда вода истекает со скоростью:

$$v = \sqrt{2gh}, \text{ м/с.} \quad (2)$$

Это уравнение Торричелли (1608–1647), ученика Галилео Галилея (1564–1642). При этом поднятый под действием силы Архимеда покров льда удерживается только лишь силами сцепления ее боковых краев с берегами русла реки. Здесь силы сцепления $F_{\text{сц}}$ между боковыми краями покрова льда и берегом русла реки больше, чем силы давления $P_{\text{общ}}$ воды на заднюю (тыловую) поверхность S покрова льда, что составляет:

$$F_{\text{сц}} > P_{\text{общ}} S. \quad (3)$$

В результате исследования процессов формирования заторов льда с зазорами, а также использования натуральных, физических и визуальных методов моделирования на реке Ала-Арча, был разработан новый способ и гидротехническое устройство для защиты от заторов льда на горных реках [6].

На рисунке 1 показан общий вид гидротехнического сооружения (далее – ГТС) для математического моделирования физического процесса, предотвращающего формирование заторов льда на реках. Показаны две проекции: в осевом сечении по А-А (а), и вид сверху (б). Кроме того, в качестве геометрической модели для анализа работы ГТС предоставлена ее схема (в), как (а) с указанием уровней и уклонов элементов сооружения.

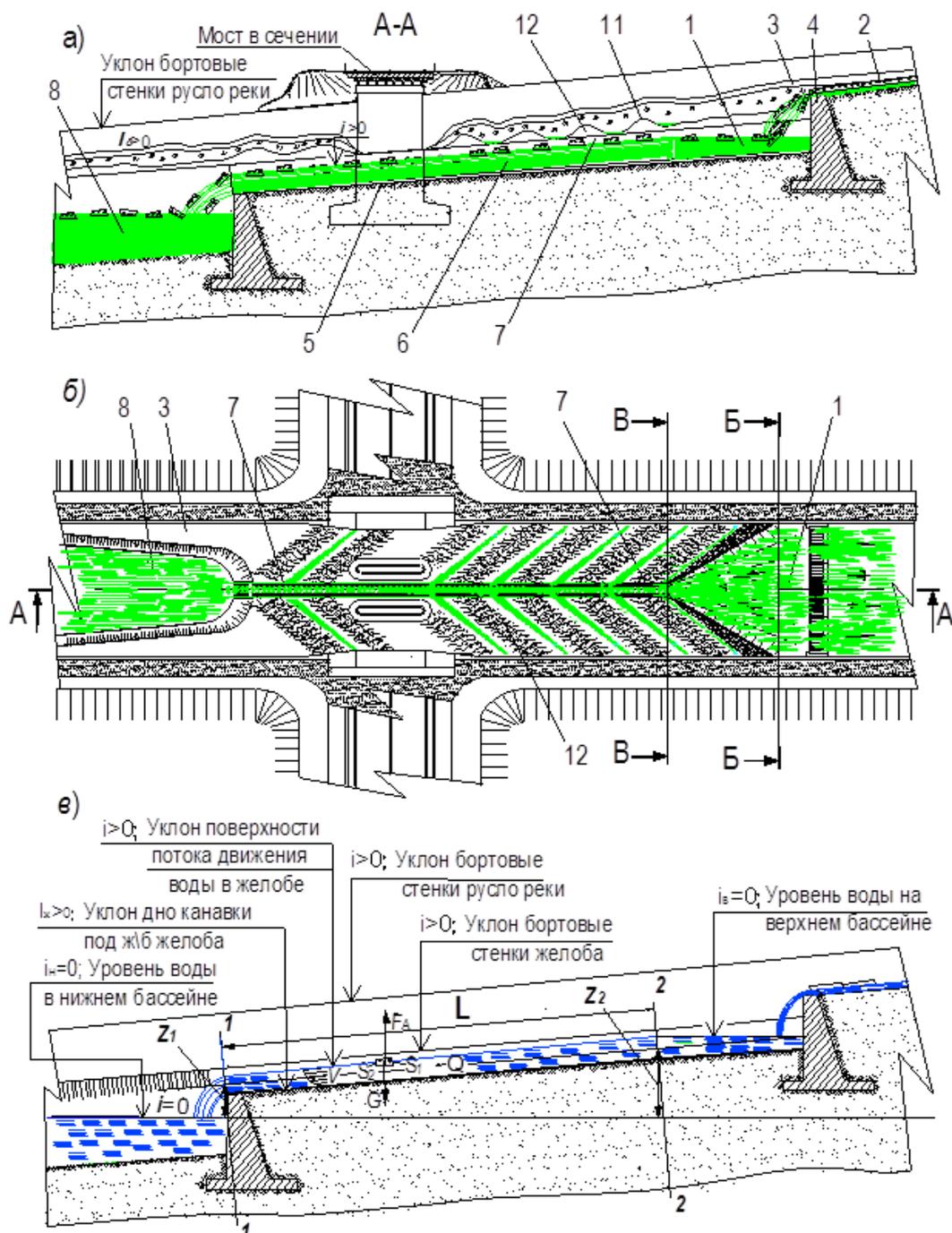


Рисунок 1 – Схема ГТС, предотвращающего формирование заторов льда на реках: зеленый и синий цвет обозначает потоки воды: а – геометрическая модель ГТС в продольном по оси А-А разрезе реки; б – вид сверху на сооружение; в – схема сооружения (по рисунку 1, а) с указанием уровней и уклонов элементов ГТС. 1 – верхний бассейн; 2 – покров льда на верхней ступеньке русла реки; 3 – слой снега надо льдом; 4 – перегородка верхней ступеньки в русле реки; 5 – дно канала в посередине русла реки; 7 – ж/б желоба; 8 – нижний бассейн

Сущность способа защиты от формирования заторов льда на реках заключается в транспортировании разломанного на куски падением покрова льда 2, с шугой и снежными зазорами через перегородку 4, которые поступают в бассейн 1 (рисунок 1, а). Далее, из бассейна 1 с воронкообразной емкостью с заметным донным уклоном и боковыми откосами, куски покрова льда, шуга и зазоры непрерывно отводятся потоками воды со снежными глыбами, направляясь в последовательно вложенные встык во врытый в дно 5 ниже самой реки канал 6, в ж/б желоб 7 (дно реки и верхние поверхности каждого борта желоба равны и находятся на одном уровне), и посередине русла в нижний бассейн 8, сохраняя целостность и неподвижность по берегам канала 6 и желоба 7 ледяные накопи 9, со снегом 10, лежащие на волнистых поверхностях 11 по берегам канала 6, с уплотнением параллельных насыпей 12, вынутых из середины русла из под канала 6 речных грунтовых материалов.

Известно, что плотность льда и зазорных глыб всегда меньше, чем воды:

$$\rho_{\text{льда}} \leq \rho_{\text{зазор}} \leq \rho_{\text{вода}} = \rho. \quad (4)$$

Натурным исследованием заторов льда на реке Ала-Арча в черте г. Бишкек установлено формирование покрова льда со снежным накоплением сверху, а также наличие слоя воды под ними. Это зачастую происходит после морозных дней, после обильного снегопада, которые сопровождаются потеплением при температуре более +15 °С. При этом, под влияниями положительной температуры, ледяные связи между боковыми краями покрова льда и берегами русла реки перерываются, и их силы сцепления пропадают, т. е. $F_{\text{сц}} = 0$. Тогда сдвигающая сила потока воды на лед составит:

$$F_{\text{дв}} = p_{\text{общ.}}(S_1 - S_2), \quad (5)$$

где $(S_1 - S_2)$ – разность площадей, перпендикулярных направлению потока воды. Освобождённые от силы сцепления с берегом русла реки и поднятые подъемной силой воды покровы льда могут двигаться вместе с потоком воды. Потоки с индексами v и l – соответствующие обозначениям воды и льда, приходят в движение со скоростью v (м/с), и вместе будут обладать кинетической энергией:

$$E_k = (\rho_v V_v + \rho_l V_l) \cdot v^2 / 2. \quad (6)$$

Это выражение является математической моделью механической энергии движения водо-ледяного потока, из которого далее, при наличии препятствий в русле реки, могут формироваться заторы льда с зазорами, образуя опасную потенциальную энергию с высоты $h = Z_2 - Z_1$, которую можно записать в виде:

$$E_n = (\rho_v V_v + \rho_l V_l) g h, \quad (7)$$

в сумме с огромными массами, которые, в случае их срыва, переходят в опасную кинетическую энергию (6) заторного потока, переходя в селевой поток, и могут приносить значительные разрушения.

Для предотвращения формирования заторов на реках предложен способ и устройство (рисунок 1) для отвода воды посредством желоба 7, из бассейна 1 и из-под льда по берегам канала 6 с боковым льдом. По впадинам между насыпей 12 вода поступает сбоку в желоб 7 (рисунки 1, б и 2, б), обеспечивая неподвижность объема ледяных накоплений 9. В бассейн 1, лежащий в виде половины воронкообразной емкости, поступают сверху снежные зазоры и покровы льда 2 со снегом 3, поднятыми водой из-под них, далее, падая через ступеньки 4, разламываются на куски, удобные для транспортирования водотоком по ж/б желобу 7. При сильном движении зазорные массы, преодолевая ступеньки 4, заполняя бассейн 1 останавливаются на поверхности неподвижных ледяных накоплений 9, уже лежащих на волнистых поверхностях 11 и насыпей 12 по берегам канала 6, а вода уходит в желоб.

ГТС следует сооружать на тех участках, где в суровые зимние периоды, такие как в 2012–2013 и 2017–2018 гг., всегда формируются зазорные заторы.

Известны математические модели для исследования закономерностей транспортирования потока воды с примесями в зимний период года на реках с гидротехническим сооружением (ГТС).

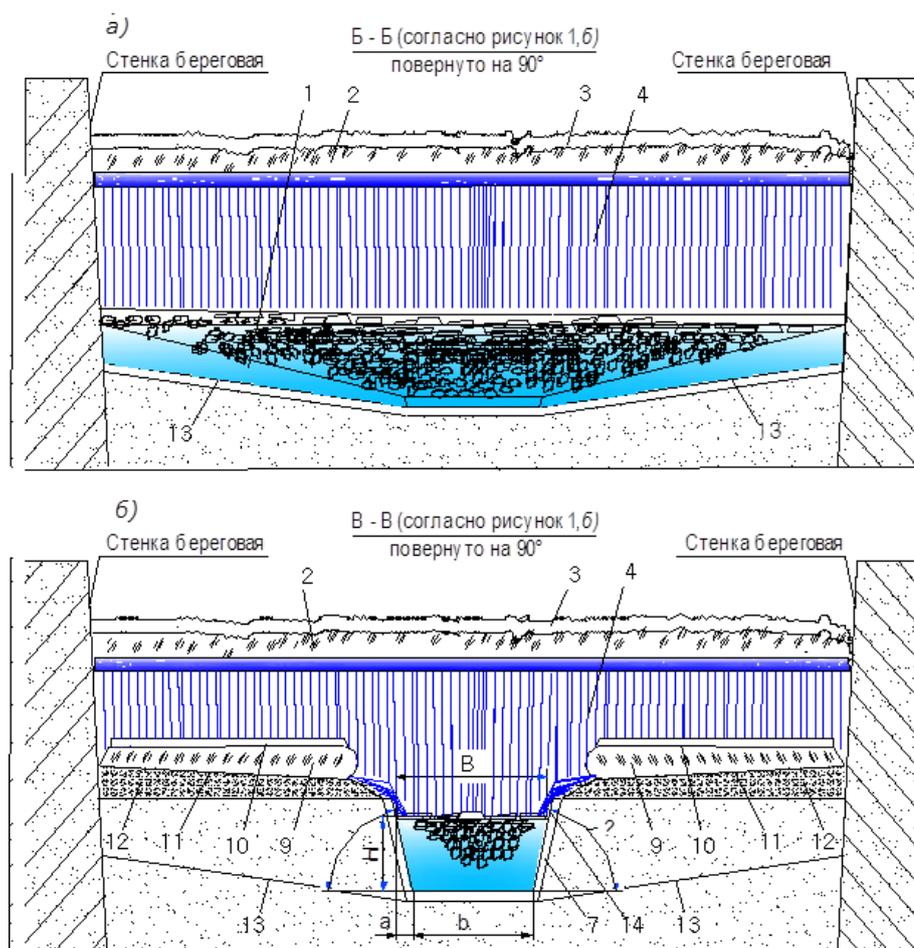


Рисунок 2 – Поперечные сечения сооружения в русле реки (по рисунку 1, б), по сечениям Б-Б и В-В, повернутым на 90°: а – поперечное сечение по Б-Б верхнего бассейна 1 (рисунок 1, а и б), в момент обильных поступлений зазора из раздробленного льда при падении сверху в бассейн; б – поперечное сечение по В-В желоба 7 на участке стыка с бассейном 1, с конструктивными параметрами «живого» сечения желоба 7, с погруженными и транспортируемыми наносами. 1 – верхний бассейн; 2 – покровы крупного льда или зазора на верхней ступеньке в русле реки; 3 – слой снега над покровом льда 2; 4 – перегородка верхней ступеньки в русле реки с изображением (синие линии) струи водопада от слоя воды подо-льдом 2; 5 – дно канала 6; 7 – ж/б желоб, вложенный встык в канал 6; 9 – ледяные накопления со снегом 10 по берегам канала 6; 11 – волнистые поверхности, уплотнённые параллельно лежащих на берегах канала 6 насыпей 12, вынутый грунт из под канала 6; 13 – дно бассейна 1 со сходящими уклонами, смыкаемыми со стенками желоба 7 (рисунок 1, б); 14 – вид на струю воды из-под зазорного льда, поступающую сбоку в желоб

Для определения основных параметров предложенного способа и устройства гидротехнического сооружения и моделей для исследования объекта с помощью метода математического моделирования были проанализированы работы по гидродинамике Галилея и Торричелли; Навье и Стокса; Лапласа; Бернулли; Даламбера и Эйлера, Лагранжа, Рейнольдса, и др.

Основная задача исследования ГТС в гидродинамике – рассмотрение математических моделей параметров потока воды в желобе:

- скорость движения потока воды с примесями, как установившееся движение:

$$v = f(x, y, z);$$

- давление в рассматриваемой точке в потоке воды с примесями:

$$p = f(x, y, z)$$

- сила воздействия жидкости на погруженное в нее тело.

Математические модели, например, уравнения Навье–Стокса, представляют собой системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движение вязкой ньютоновской жидкости [7].

Несмотря на то, что уравнения Навье–Стокса являются одними из важнейших в гидродинамике, и применяются в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач (они были названы по имени французского физика Анри Навье и британского математика Джорджа Стокса), мы воздержались от использования их систем уравнений как не очень подходящих математических моделей для невязкой жидкости в движении потока, которым является вода в желобе. В нашем случае речная вода в желобе является абсолютно невязкой и несжимаемой, т. е. идеальной жидкостью. А транспортирование текучих материалов под действием силы подъема потоком воды или в погруженном в воде состоянии осуществляется под действием полной механической энергии простым движением потока воды. Поток воды со снежными зазорами и другими плавучими мелкими примесями не считается вязкой жидкостью, так как примеси не поглощают воду и легко отделяются от воды. Поэтому вода в ГТС представляет собой идеальную жидкость.

Был проанализирован и ряд работ, посвященных изучению законов идеальной жидкости, таких как потоки речных вод, для которых подходят главным образом учения Л. Эйлера и Д. Бернулли.

При теоретических исследованиях гидродинамики были использованы системы дифференциальных уравнений движения Эйлера (Leonhard Euler; 1707–1783) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{dv_y}{dt} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{dv_z}{dt} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \end{aligned} \quad (8)$$

состоящие из трех дифференциальных уравнений установившегося движения идеальной жидкости, когда скорость и давление в любой точке движущейся жидкости не изменяются во времени, а зависят только от местонахождения точки в пространстве и содержатся в четырех неизвестных параметрах уравнений движения: $p; v_x; v_y; v_z$.

Для того чтобы определить эти параметры, необходимо четвертое уравнение. Этим уравнением является дифференциальное уравнение неразрывности потока жидкости, полученное после ряда преобразований, с учетом, что сумма изменений проекций скоростей в направлении соответствующих координатных осей, равна нулю, то есть:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (9)$$

Это значит, что объем воды, поступающей из верхнего бассейна 1 (рисунок 1, а и б) по желобу 7, равен объему воды, вытекающему из этого желоба в нижний бассейн 8. В этом случае получается уравнение постоянства расхода на любом сечении потока воды по желобам, или уравнение неразрывности движения потока воды:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = v S = Q = const. \quad (10)$$

Здесь видно, что при установившемся движении несжимаемой жидкости произведение средней скорости v (м/с) на площадь живого сечения S (м) потока, есть величина постоянная. Далее, из уравнения (10) следует [7]:

$$\frac{v_1}{S_1} = \frac{v_2}{S_2} = \frac{v}{S}, \quad (11)$$

где в установившемся потоке жидкости средние скорости движения обратно пропорциональны площадям соответствующих живых сечений. Система дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости (8) [7] и уравнение неразрывности движения потока жидкости (11) [7] по желобам 7, описывают уравнения движений в открытых каналах с безнапорным движением жидкости, что является для нашего объекта исследования моделью для математического моделирования процесса транспортирования потоком воды льда и снеговых зажоров по желобам.

Изучение явления парадокс Д'Аламбера, известный как парадокс Д'Аламбера–Эйлера, представляет большой интерес, поскольку потоки воды в ГТС могут быть характерным обоснованием идеальной жидкости, согласно которому при поступательном прямолинейном движении потока невязкой жидкости, такого, как поток речной воды по желобу 7, парадокс Д'Аламбера может и отсутствовать. Это скорее всего происходит в силу того, что если имеется поток воды с наличием мелких снежных зажоров, близкий к вязкой жидкости, и тело находится в живом сечении, смоченным водой снежным потоком в желобе, т. е. в окружении с вязким снежным зазором, тогда тела могут плыть без сопротивления со стороны потока жидкости. Такое парадоксальное явление может иметь место, когда лишь плывет одиночное тело, или тела плывут в малом количестве в сечении и вдали от борта желоба. Становится очевидным, что появляется трение между бортовыми стенками желоба и крайними плывучими материалами, а также между самими материалами. При этом средние плывущие части материала будут опережать крайние, поскольку скорость струи воды в середине потока всегда больше.

В ж/б желобе 7 вода течет с постоянной скоростью v . Рассмотрим движение погруженных кусков льда прямоугольной формы с площадью S_1 и S_2 , перпендикулярных направлению потока воды (рисунок 1, в). Согласно дифференциальному уравнению движения невязкой жидкости (уравнение Эйлера), в условиях равновесия сил в проекции на ось желоба, результирующая всех давлений на воду равняется сумме сил и равна нулю:

$$-\rho S_1 v^2 + \rho S_2 v^2 + F = 0. \quad (12)$$

При разности площадей погруженное тело в потоке воды в случае, когда эти площади перпендикулярны направлению скорости движения потока (как показано на рисунке 1, в), если $S_1 > S_2$, то выражение (13) примет вид:

$$\rho v^2 (S_1 - S_2) = F. \quad (13)$$

Тогда тело в потоке будет иметь дополнительную опережающую транспортирующую силу F . Если же $S_1 = S_2$, тогда тело транспортируется потоком воды только на плаву. Уравнения Л. Эйлера,

как математические модели, согласно которым движение отдельных частиц воды в потоке, как идеальное безнапорное движение в целом, рассматриваются относительно неподвижных точек в пространстве желоба ГТС [6, 8]), как пространство, занятое движущимися потоками воды в желобе 7. Движение потока воды происходит благодаря разности геодезических отметок в желобе.

Бернулли (Daniel Bernoulli, 1700–1782) дал научное обоснование законов движения жидкости не только в трубопроводах, но и в открытых каналах с безнапорным движением жидкости, как движение воды в желобе 7 (рисунок 1, а, б и в), которое выглядит следующим образом:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.} \quad (14)$$

В нашем случае этот закон Бернулли (14) принят в качестве наиболее близкой математической модели для нашего объекта исследования. В качестве потока движения реальной жидкости был принят поток воды в процессе транспортирования по нему льда и снеговых зажоров в опасном участке русла реки, где в крепкий зимний период года всегда имело место формирование заторов льда. Например, такое событие наблюдалось на реках Ала-Арча и Аламедин, и в черте г. Бишкек зимой 2012–2013 и 2017–2018 гг. с интервалом в 5 лет. Такие суровые зимы вполне вероятны и в декабре–январе 2022–2023 г., тогда могут формироваться заторы льда на р. Ала-Арча.

Если рассматривать два произвольно взятых живых сечений по длине желоба 1-1 и 2-2 (рисунок 1, в) с потоком движущейся воды, тогда для начала и конца рабочей длины желоба относительно бассейна 8, можно записать:

$$z_1 + \frac{p}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}. \quad (15)$$

Уравнения Д. Бернулли (14) и (15) для движения потока воды стало математической моделью для составления энергетического баланса транспортировки льда и снеговых зажоров по желобу 7 из верхнего бассейна 1 в нижний бассейн 8 (рисунок 1, в). Уравнение (15) называется *уравнением движения Д. Бернулли*, оно устанавливает в предложенном ГТС связь между давлением, скоростью движения и геометрическим положением Z_1 и Z_2 элементов потока воды в живых сечениях желоба 7. Каждые составляющие элементы в уравнении (15) имеют геометрический и энергетический смысл, а также имеют линейную размерность, и каждый из них может называться высотой относительно плоскости сравнения, которая в нашем случае может считаться поверхностью воды нижнего бассейна 8.

Для потока воды в желобе уравнения Бернулли (1738 г.) (14) и (15) [7] признаны фундаментом гидродинамики. Здесь элементы уравнения (15) движения потока воды составят: ρ – плотность потока воды ($\text{кг}/\text{м}^3$); v – скорость потока воды, ($\text{м}/\text{с}$); z – геометрическая высота (м), значение величины высоты (уровня), на которой находится исследуемый элемент жидкости от уровня сравнения, т. е. от выбранной горизонтальной плоскости – поверхность воды по нижнему бассейну 8 (рисунок 1, в); p – давление в точке пространства, где находится центр массы исследуемого элемента жидкости, в нашем случае оно равно атмосферному давлению; g – значение величины ускорения свободного падения, $g = 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$; $p / \rho g$ – приведенная высота гидродинамического давления; так же, как и в гидростатике, эту высоту называют *пьезометрической*, (м); $v^2 / 2g$ – кинетическая часть или скоростной напор (м).

Основным физическим свойством жидкостей, лежащим в основе построения теоретических моделей, являются: непрерывность, сплошность, лёгкая подвижность, текучесть воды. Основываясь на перечисленных выше свойствах жидкости, все наносы с водой в потоке, направленном по прямолинейной траектории, по выложенному встык желобу посередине русла реки, отводятся из бассейна 1 в бассейн 8 параллельным потоком воды.

Движение потока воды в указанном желобе считается установившемся. Тогда скорость и давление в любой точке движущейся воды не изменяется во времени, а зависит только лишь от местонахождения точки в пространстве в любой точке потока воды. Плывучие материалы – куски льда, зажорные формирования (наносы) – транспортируются полной механической энергией движением потока воды в желобе, выражаемой произведением веса объема воды на каждый элемент в уравнении движения потока воды (уравнение Бернулли) на рассматриваемом живом сечении желоба, представлено в виде:

$$E = Gz + G \frac{P}{\rho g} + G \frac{v_1^2}{2g}, \quad (16)$$

и является суммарной потенциальной и кинетической энергией. Выражение (16) представляет собой полную механическую энергию потока воды в желобе 7, и измеряется в Н·м. То есть поток воды, двигаясь по ж/б желобу под действием сил тяжести воды G , совершает работу, выраженную уравнением (16), под действием суммарной энергии потока воды, который уносит все примеси в потоке. При этом этой суммарной энергии потока воды сопутствует энергия движения самих наносов, обладающих собственной массой силы в составе потока воды в желобе. Поэтому следует дополнить уравнение (16).

Для получения однозначного решения замкнутой системы дифференциальных уравнений Л. Эйлера и Д. Бернулли для потока воды в желобе 7 с наносами, необходимо задать требования однозначности, которые содержат следующие возможные краевые условия:

1) геометрические требования однозначности (линейные параметры элементов разработанной ГТС), такие, как «живое сечение» и гидравлические i и пьезометрические I , а также уклоны dna желоба $I_{ж}$;

2) физические требования однозначности (физические константы, плотность воды и погруженные в воды наносы) к плотности льда и зажорным глыбам, уносимым потоком воды вниз, которые всегда меньше, чем плотность воды (см. выражение (4));

3) начальные возможные требования однозначности поступления избыточного объема сломанного льда и зажорных формирований потоком воды в бассейн 1 с верхней ступеньки в русло реки для обеспечения бесперебойной работы ГТС;

4) граничные значения однозначности размера средней ширины живого сечения желоба, и диагональные размеры кусков льда и зажорных формирований на плавку для обеспечения бесперебойной работы ГТС.

Для получения конкретных решений представляем полную математическую постановку задачи со всеми отмеченными выше условиями и требованиями, с представлением их геометрических ситуаций (рисунок 3).

1. В качестве первой математической постановки на однозначные решения задачи и с визуализацией процесса исследования ГТС в работе, согласного описанными в работах [6, 8], на базе представленных на рисунке 1, а, б и в, а также на рисунке 2, а, б, показаны эскизы двух поперечных сечений, как фрагменты рисунка 1, б. Здесь представлены участки ГТС для анализа движения потока воды с наносами по сечению Б-Б, по верхнему бассейну 1 и по сечению В-В – по «живому» сечению желоба 7 на стыке с бассейном 1.

Показаны реальные и натурные элементы ГТС в русле реки Ала-Арча, такие как береговые ж/б стенки и бетонные перегородки 4, расположенные выше моста по ул. Льва Толстого в г. Бишкек, там находился один из наших наблюдательных пунктов при натурных исследованиях.

Рисунок 2, а, б можно считать геометрической моделью объекта со спецификацией элементов системы с комментариями устройства, а также обозначениями параметров величины «живого сечения» желоба: b – величина ширины по дну; B – величина ширины по водной поверхности; H – высота по водной поверхности; β – угол наклона боковых стенок, $\beta < 90^\circ$ (см. рисунок 3, а). Конструктивно, с точки зрения технологичности изготовления желоба в заводских условиях, углы откоса боковых

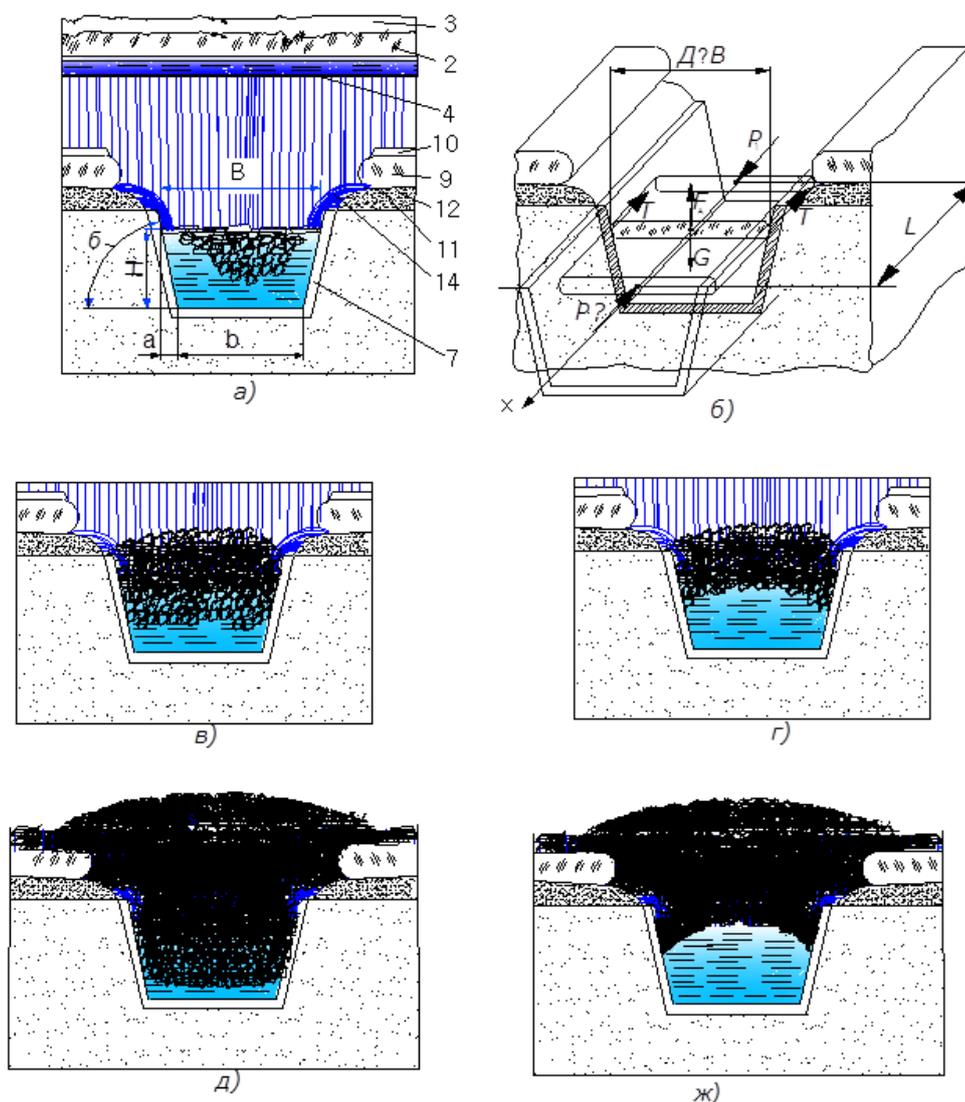


Рисунок 3 – В качестве математической постановки для решения задачи возможные краевые условия работы ГТС в процессах поступления наносов в бассейн 1 и транспортирования их оттуда по желобам, необходимо задать требования однозначности, которые содержат: а – поперечное сечение с видом на центральную зону участка, согласно рисунку 1, б и по сечению В-В, когда движение потока воды с наносами по желобу транспортируется стабильно; б – расчетная схема транспортирования крупного ломка льда по желобу; в – поперечное сечение, когда движение потока воды с обильными поступлениями наносов и полным покрытием свободной поверхности потока воды в желобе, тогда транспортирование по желобу будет затруднено; г – вид, как на сечение в, тогда накопления будут подвергаться эрозии снизу, оттуда их струей воды уносит по частям, что исключает заторы; д – поперечное сечение, вид с полным покрытием свободной поверхности желоба, заодно и по его берегам сорвавшимся заторными формированиями, поступившими сверху в бассейн; з – вид, как на д, где затор на входе из желоба будет подвергаться снизу эрозийным явлениям скоростным потоком воды из зазора снизу, вырывая по частям накопления, расширяя отверстия и устраняя заторы в желобе

стенки приняты равными по $\beta = 60^\circ$. Согласно разработанной ГТС (рисунок 1, а-в), гидравлический i и пьезометрический I уклоны, а также уклон дна ж/б желоба $I_{\text{ж}}$, будут равны:

$$i = I = I_{\text{ж}}. \quad (17)$$

Геометрические параметры «живого сечения» желоба 7 приведены на рисунке 2, б, где b – ширина по дну; B – ширина по водной поверхности; H – высота по водной поверхности; β – угол наклона боковых стенок ($\beta < 90^\circ$).

Для решения принимаем в расчет только предгорные уклоны для реки Ала-Арча – $I_{\text{ж}} = 0,02$; для реки Аламедин – $I_{\text{ж}} = 0,025$; считая их как минимальные уклоны. Такие же уклоны обозначены и на дне бассейна 1, но они более крутые на боковых откосах $I_{\text{б}}$ по дну бассейна 1.

2. Физические требования однозначности, которые включают плотность льда и зажорные формирования, которые уносятся потоком воды вниз, всегда меньше, чем плотность воды. Особенностью движения потока воды в открытом искусственном русле-желобе 7 является то, что вода ограничена не со всех сторон, а имеет свободную поверхность, все точки которой находятся под действием одинакового внешнего (атмосферного) общего давления: $p_{\text{общ}} = p_a$. В таком состоянии поток воды и его среднюю и местную скорость по длине желоба 7 можно считать постоянным и равным v , где, согласно рисунку 1, в, уклон дна и желоба можно считать постоянным.

3. Заданные начальные условия к требованиям однозначности поступления потока воды с крупными кусками покровного льда, как показано на рисунке 3, б, или объема обломков мелкого льда и зажорными формированиями, поступающими в бассейн 1 с верхней ступеньки 4 (рисунок 1, а и в), которые отмечены и на рисунке 3, д и ж, можно представить в виде трех ситуаций:

3.1. Поток воды с равномерным объемом ломаного льда и зажорными формированиями с равномерными, но не полностью покрытыми свободной поверхностью потока воды, текут в желоб 7, как показано на рисунке 2, б и 3, а, без заторов, и равномерным движением потока будут транспортировать имеющиеся примеси.

3.2. Поток воды течет с большим объемом кусков льда и зажорными формированиями, как показано на рисунке 3, в, и с полным покрытием свободной поверхности потоком воды в желобе. Тогда механическая энергия потока воды, выраженная уравнением (16), будет, начиная снизу, эрозийно вырывать по частям накопления примесей, как показано на рисунке 3, г, унося все за пределы участка.

3.3. Поток воды с еще большим объемом кусков льда и зажорными формированиями поступает в избытке с высоты со ступеньки 4 в бассейн 1 (рисунок 2, а), и при этом будет полностью покрыт свободной поверхностью потока воды в желобе 7, и заодно по ее берегам также, как и на рисунке 3, д, еще глубже погружаясь в желоб 7. Тогда увеличится напор воды в бассейне 1, увеличивая механическую энергию потока воды и увеличивая скорость истечения потока воды через щели между дном желоба 7 и низом накоплений. При этом, согласно уравнения Торричелли (3), из-за наличия скорости истечения потока воды будут происходить интенсивные эрозийные процессы с удалением частей накопления снизу, а возможно и поверху, открывая проход, как показано на рисунке 3, ж, устраняя затвор вследствие уноса плавучих примесей.

4. Условными граничными значениями однозначности, обеспечивающими бесперебойную работу ГТС, являются максимально возможные габаритные или диагональные размеры кусков льда, в том числе размеры крупного зажорного формирования на плаву (см. рисунок 3, б), условно обозначенного буквой D . Размер D , называемый еще «проходной размер» льда в бассейне 1 (рисунок 1, б) и в желобе 7 (рисунок 3, б), должен быть меньше или равным средней ширине живого сечения желоба B .

Используя заданные требования с условиями однозначности для получения конкретных краевых решений замкнутой системы дифференциальных уравнений Л. Эйлера (8)–(11) и Д. Бернулли (14)–(15), были составлены основные математические модели в аналитической форме, связанные

с транспортированием габаритных кусков льда и зажорных формирований на реках и в желобе ГТС. Эта задача является одним из четырех отмеченных выше условий с требованиями однозначности краевого решения поставленной выше задачи.

Для нахождения полной механической энергии потока воды с наличием силы трения T , кусков льда, шириной $D \leq B_{cp}$, об стенки желоба 7, была разработана расчетная схема (рисунок 3, б) в аксонометрическом изображении с осью $P-x$, как показано на рисунке 3, а–ж. Фрагменты ситуаций на участке рек с ГТС представлены в качестве геометрической модели для различных ситуаций, когда движение потока воды с примесями в желобе по руслу сооружения в продольном разрезе А-А, на рисунке 1, б и в поперечном сечении В-В на рисунке 2, б.

Механическая энергия потока воды в желобе на рассматриваемом участке с живым сечением желоба состоит из алгебраической суммы: потенциальной энергии положения $E_{пол} = G \cdot z$; потенциальной энергии давления $E_{дав} = G \cdot \frac{p}{\rho g}$; кинетической энергии движения потока воды $E_{кин} = G \cdot \frac{v^2}{2g}$, которые были приведены выше (16) как уравнение движения потока воды (уравнение Бернулли), и является суммарной энергией высоты с потенциальной и кинетической энергией потока воды, которые затрачиваются на транспортирование объемов ломаного льда и зажорных формирований (наносов), преодолевая силы трения боковыми стенками желоба 7.

Учитывая, что движение воды в желобе равномерное и установившееся, сумму проекций найденных сил на ось $P-x$ приравняем нулю. Для этого прежде определяем положение силы тяжести собственного веса потока воды (G_x) на участке между живых сечений 1-1 и 2-2 по рисунку 1, в и на оси $P-x$ (рисунок 3, б); силы гидродинамического давления в центре тяжести живых сечений 1-1 и 2-2 (рисунок 1, в) от потока воды в желобе, как разность силы ($P_1 - P_2$); силы вытеснения наносов из воды ($F_{выт}$) и силы трения между наносами потока и боковыми стенками желоба (T) по рисунку 3, б.

Сумма проекций всех сил на ось $P-x$ будет равна:

$$G_x + (P_1 - P_2) + F_{вытесн.} - 2 \cdot T = 0. \quad (18)$$

Сумма тел, вытесненных на открытую поверхность потока воды, транспортируемых механической энергией, рассматривается как математическая модель со знаковыми обозначениями механической энергии E (16), без препятствий со стороны неподвижных элементов желоба, и согласуется с геометрическими моделями на рисунках 2, а и 3, а. Тогда механическая энергия потока воды в желобе без излишних транспортируемых наносов определяется как произведение удельной энергии потока воды (16) по длине, т. е., по расстоянию между живыми сечениями 1-1 и 2-2 (рисунок 1, в), на сумме сил тяжести собственного веса G потока воды и силы гидродинамического давления ($P_1 - P_2$) в центре тяжести живых сечений на длине 1-1 и 2-2 (рисунок 1, в):

$$G_x + (P_1 - P_2) = E = Gz + G \frac{p}{\rho g} + G \frac{v^2}{2g}, \quad (19)$$

Силу действия воды на погруженное в нее тело в статике представляют как силу $F_{вытесн.}$, вытесняющую тело из воды, и записывают как:

$$F_{вытесн.} = F_{Арх.} = \rho \cdot g \cdot V_{ч/тело}. \quad (20)$$

В самом деле, в составе движения потока воды дополнительно участвует энергия движения суммы объемной массы обломков льда и зажорных формирований (наносов), как и их сила тяжести, вытесненная из воды (21) на длине желоба L , с уклоном $I_{ж}$ в составе разработанной ГТС (рисунок 1, а).

В случае, если отсутствует сила трения ($T = 0$), т. е. наносы не касаются стенок желоба, как на рисунках 2, б и 3, а, тогда механическая энергия потока воды в желобе может быть записана в следующем виде:

$$A = E + g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело}. \quad (21)$$

На рисунке 3, а-жс в виде геометрических моделей приведены изображения при различной ситуации погружения наносов в бассейн 1 и желоб 7. В выражения (21) и (22) входят: часть объема погруженного в воду тела $V_{ч.тело}$; суммы силы тяжести наносов, погруженных в желоб 7, которые равны силе вытесненной водой наносов, записанных в виде:

$$G_{наносы} = \sum F_{вытесн.} = F_{Архимеда} = g \cdot \sum \rho_{вода} \cdot V_{ч/тело}. \quad (22)$$

Выражение (23) показывает, как сила Архимеда и сумма силы тяжести наносов, где плотность их всегда меньше воды, и имеются данные (из интернета), полученные в зимний период, при температуре от -5 до -10 °С, что плотность льда составляет в среднем: $\rho_{льда} = 0,92 \text{ г / см}^3$. Под действием погруженных в воду в желобе наносов $G_{наносы}$, из-за наличия уклона $I_{ж}$, на длине от бассейна 1 до бассейна 8 совершается механическая работа:

$$A_{наносы} = g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело}. \quad (23)$$

В ряде случаев работа ГТС может сопровождаться движением потока воды с кучными наносами или же сорвавшимися заторами льда и зажорными формированиями по руслу реки, которые далее поступают с верхней ступеньки 4 с потоком воды в бассейн 1. Тогда из бассейна 1 с водой, поступившей туда с массой различных по размерам кусков льда и зажорными формированиями, движется по уклонам 13 дна бассейна 1, с ограничительными сходящимися бортовыми откосами, как показано на сечении Б-Б рисунка 1, б и рисунка 2, а, а также на рисунках 3, д и з, которые направляются на вход в желоб 7, где может быть сформирован затор льда и зажор. Тогда поток воды с обильным объемом наносов будет поступать в избытке, перекрывая свободную поверхность потока воды в желобе. При этом переполненный транспортируемым материалом поток воды в желобе сопротивляется движению, тормозит, возникает трение упирающихся тел из обломков льда или зажорных формирований о бортовые стенки желоба. В процессе движения они могут быть вытеснены за борт желоба, зацепляясь за неподвижные береговые ледяные покровы. В такой ситуации вытесненная часть транспортируемых наносов может задерживаться, цепляясь за берега канала 6 и желоба 7 и далее за насыпь 12, образуя наросты вдоль берега желоба. В любом случае, при их движении по желобу возникают заметные силы трения между наносами и боковыми стенками желоба, математическая модель которых запишется как:

$$T_{наносы} = f \cdot g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело}. \quad (24)$$

Кроме этого, на процесс транспортирования наносов по желобу влияет угол β наклона боковых стенок желоба, а с учетом веса наносов $G_{наносов}$ могут быть написаны следующие выражения:

$$G_{наносов}^{\beta} = f \cdot g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело} \cdot \text{Cos}\beta. \quad (25)$$

Порядок работы ГТС в описанных выше ситуациях может быть описан в виде суммы механической энергии потока воды и наносов:

$$\begin{aligned} A &= E + A_{наносы} - G_{наносов}^{\beta} = \\ &= G \cdot z + G \cdot \frac{p}{\rho \cdot g} + G \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело} - f \cdot g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело} \cdot \text{Cos}\beta = \\ &= G \cdot z + G \cdot \frac{p}{\rho \cdot g} + G \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + (1 - f \cdot \text{Cos}\beta) \cdot g \cdot L \cdot I_{ж} \sum \rho \cdot V_{ч.тело}, \end{aligned} \quad (26)$$

где f – коэффициент трения между транспортируемым материалом по обеим боковым стенкам желоба с углами наклона боковых стенок (рисунок 3, *в–ж*). Если происходит движение сверху, все перечисленные выше элементы движения имеют место в случае положительной температуры в атмосфере, в противном случае, при морозе, движения сверху и кучных ледяных образований не возникает. В этом случае объем воды преобладает, а в худшем случае может произойти подъем уровня воды в бассейне. Начинается переливание воды через борта бассейна, и она натекает на поверхность неподвижно лежащего льда. В этом случае эти наплывы по волнистым поверхностям льда начинают изменять направление движения с обеих берегов русла реки в сторону желоба и начинается фильтрация, вода направляется в желоб, активно унося все наносы, а густые массы задерживаются на поверхности неподвижного льда. Если часть густой массы наносов доплывет до желоба, их оттуда унесёт скоростным потоком воды. Самые интенсивные переливания через борта бассейна происходят именно там, где сформирован затор льда и зазоры у входа в желоб. Одновременно с этим за затором из глубины и со дна бассейна выходит струя потока воды по дну желоба со скоростью, математически описанной формулой (2), известной как уравнение Торричелли, при наличии напора h , равного глубине бассейна. Под действием этого скоростного потока воды происходит отбирание из состава затора кусков льда. Вскоре здесь появляются пробоины для прохода в желоб потока воды. Начинаются активные отводы накопленный из бассейна и он очищается.

Использование математического метода моделирования для определения скорости и расходов потока воды со льдинами и снежными зазорами сводится к закону распределения скоростей частиц жидкости в «живом сечении», где требуется оптимальный расчет конструктивных параметров ГТС и ее основных элементов – ж/б желобов с наиболее выгодным поперечным сечением в форме равнобедренной трапеции (рисунок 2, поз. 7).

Снежные зазоры и куски льда в потоке в желобе плавают по верху воды, погружаясь до 80–85 %, а при их обильности полностью покрывают открытую поверхность и плывут с потоком воды, когда скорость посередине больше, чем по краям. Размерность площади «живого сечения» W желоба, как основного элемента ГТС (см. рисунки 2, *б* и 3, *а–ж*), а также длина смоченного периметра χ , определяются следующими выражениями:

$$W = (B + b)H / 2 \text{ и } \chi = b + H \frac{2}{\sin \beta}, \quad (27)$$

где b и B – ширина желоба по дну и по водной поверхности; H – глубина потока; β – значения углов наклона равнобоких откосов желоба.

Если известно значение величины расхода потока на зимний период сезона на затороопасном участке конкретной реки, которым является река Ала-Арча, то площадь поперечного сечения рассматриваемого желоба принимает наибольшее значение с расходной характеристикой, когда гидравлический радиус R имеет наибольшее значение, выражаемое отношением площади «живого сечения» потока воды W к длине смоченного периметра χ : $R = W / \chi$.

В связи с тем, что значение величины смоченного периметра χ является функцией глубины наполнения желоба H , т. е. $\chi = f(H)$, то можно определить минимальное значение величины смоченного периметра путем приведения к нулю его производную по H :

$$\frac{d\chi}{dH} = -\frac{W}{H^2} - \text{ctg}\beta + \frac{2}{\sin \beta} = 0 \quad (28)$$

$$W = H^2 \frac{2}{\sin \beta} - H^2 \cdot \text{Ctg}\beta = H^2 \left(\frac{2}{\sin \beta} - \text{Ctg}\beta \right) = H^2 \cdot \frac{2 - \text{Cos}\beta}{\sin \beta},$$

где b и B – ширина канала по дну и по водной поверхности; H – глубина потока; $a = H \operatorname{Ctg} \bar{\alpha}$, здесь $\bar{\alpha}$ – значение величины заложения углов наклона как левого, так и правого откосов желобов, и всегда $\bar{\alpha} < 90^\circ$.

Таким образом, становится возможным производить расчет гидравлического радиуса. После алгебраического преобразования он имеет следующий вид:

$$R = \frac{W}{\chi} = \frac{H^2 \frac{2 - \operatorname{Cos} \bar{\alpha}}{\operatorname{Sin} \bar{\alpha}}}{\frac{W}{H} - H \cdot \operatorname{Ctg} \bar{\alpha} + H \frac{2}{\operatorname{Sin} \bar{\alpha}}} = \frac{H}{2}. \quad (29)$$

Следует отметить, что значение величины гидравлического радиуса желоба с трапециевидальным сечением равняется половине значения величины глубины потока, т. е. $R = H/2$.

Гидрологические характеристики рек Аламедин и Ала-Арча и многолетние средние расходы в зимний период взяты из [2, с. 123, табл. 3.2]: р. Аламедин – $Q_3 = 1,67 \text{ м}^3/\text{с}$; Ала-Арча – $Q_3 = 1,38 \text{ м}^3/\text{с}$. Скорости потока [10]: по р. Аламедин – до $v = 1,6 \text{ м/с}$; по реке Ала-Арча до – $v = (1,0-1,1) \text{ м/с}$. Вот почему по реке Аламедин заторов в черте г. Бишкек в зимние периоды 2012–2013 и 2017–2018 годы не наблюдалось.

Принимая расход по реке Ала-Арча $Q = 1,38 \text{ м}^3/\text{с}$, при скорости потока $v = (1,0-1,1) \text{ м/с}$, и минимальной скорости потока воды в реке $v = 1,0 \text{ м/с}$, находим площадь «живого сечения» W из выражения $Q = W \cdot v$, что составит: $W = (B+b) R = Q / v = 1,38/1,0 = 1,38 \text{ м}^2$.

Преобразив выражение (28), определим глубину «живого сечения» потока:

$$H = \sqrt{\frac{W \cdot \operatorname{Sin} \bar{\alpha}}{2 - \operatorname{Cos} \bar{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1,38 \cdot \operatorname{Sin} 60^\circ}{2 - \operatorname{Cos} 60^\circ}} = 0,84 \text{ м}.$$

Принимая конструктивную глубину желоба, округляя ее до целого числа, равного $H_n = 1,0 \text{ м}$, назовем ее полезной высотой, и опираясь на выражение (28), определим расчетное (внутреннее) сечение желоба:

$$W_n = H_n^2 \cdot \frac{(2 - \operatorname{Cos} \bar{\alpha})}{\operatorname{Sin} \bar{\alpha}} = 1,73 \text{ м}^2.$$

Затем определим геометрические параметры поперечного сечения по внутренней поверхности желоба, зная полезную площадь W_n из уравнения:

$$W_n = H_n^2 \cdot \operatorname{Ctg} \bar{\alpha} + H_n \cdot b. \quad (30)$$

Решая уравнение (30) относительно параметра b , находим ширину по дну желоба, затем B – ширину по бортам желоба:

$$b = (W_n - H_n^2 \cdot \operatorname{Ctg} \bar{\alpha}) / H_n; \quad B = b + 2H_n \cdot \operatorname{Ctg} \bar{\alpha}. \quad (31)$$

Подставив исходные данные, определим расчетную ширину дна и бортов:

$$b = (1,73 - 1 \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ) = 1,73 - 0,58 = 1,15 \text{ м, и}$$

$$B = 1,15 + 2 \cdot 1 \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ = 1,15 + 2 \cdot 1 \cdot 0,58 = 2,31 \text{ м. } B = 2,3 \text{ м}.$$

С конструктивной и технологической точек зрения, с учетом фактических конструктивных параметров существующих сооружений, где возможны установки ГТС, параметры желоба могут подвергаться корректировке, включая все четыре параметра: две ширины (b и B), высоты (глубина) H и углы наклона борта желоба $\bar{\alpha}$ (см. рисунок 3 а).

Например, возможна установка желоба в русле реки, где расположены гидротехнические регулирующие сооружения реки Ала-Арча, на ул. Скрыбина, где имеются 8 единиц заторных заслонок шириной по 2,0 м. Здесь есть возможность соорудить стационарный желоб под одной из средних заслонок, усилив и удлинив их не более чем на 1 м для обеспечения прохода, но не менее выше заданного расхода 1,38 м³/с, со скоростью 1 м/с. Если увеличить уклон у подхода на 10 %, например, за 2 м до заслонки, и сузить ширину борта с 2,3 до 1,90 м, то расход существенно увеличится. В этом случае не потребуется увеличения живого сечения на заслонке за счет увеличения скорости потока.

Площадь желоба определяем по формуле площади трапеции, которую вычислим как:
 $W_n = (b + B_b) \cdot H_n / 2$; и $W_n = (1,15 + 2,30) \cdot \frac{1}{2} = 1,725 \text{ м}^2$.

Площадь сечения желоба существующей заслонки при увеличении уклона дна на 10 % и уменьшении ширины борта до 1,9 м, площадь сечения под заслонкой составит:

$$W_3: (1,15 + 1,9) \cdot 1,2 \cdot 0,5 = 1,83 \text{ м}^2. \text{ Что } W_3 > W_n.$$

Выводы. Предложен способ устранения заторов льда с зазорами на малых реках путем отвода кусков льда, шуги и снежных зажоров, поступающих сверху из сорвавшегося заторного накопления в бассейн потоком талой, из-под льда воды по ж/б желобам, вложенным встык в вырытый ниже дна и посередине русла реки канал, с сохранением целостности и неподвижности ледяного покрова, лежащего по берегам канала на волнистых уплотненных поверхностях насыпей, параллельно уложенных под острым сходящимся углом к оси канала вынутым из середины дна реки материалом. Обоснованы основные параметры гидротехнического сооружения методом математического моделирования.

Поступила: 02.03.23; рецензирована: 17.03.23; принята: 20.03.23.

Литература

1. Мониторинг, прогнозирование опасных процессов и явлений на территории Кыргызской Республики. Изд. 19-е, с изм. и доп. Бишкек: МЧС КР, 2023.
2. *Логинов Г.И.* Гидравлические процессы при водозаборе из горных рек / Г.И. Логинов. Бишкек: Изд-во КРСУ, 2014. 196 с.
3. *Аюпов В.В.* Математическое моделирование технических систем: учебное пособие / В.В. Аюпов. Пермь: ИПЦ «Прокрость», 2017. 242 с.
4. Методические указания по борьбе с заторами и зазорами льда ВСН-028-70 Минэнерго СССР “Энергия”. Ленингр. отделение, 1970. 151 с.
5. Зажоры и заторы льда на реках России / В.А. Бузина. СПб., 2015. 242 с.
6. Гидротехническое сооружение для предотвращения заторообразований на реке. Патент KG 2250 С1 15.06.2021. Бюл. № 6/1 / Ин-т геомеханики и освоения недр НАН КР (КГ).
7. Уравнения Новье Стокса. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/> (дата обращения: 17.10.2022).
8. *Токтогулова А.Ш.* Методы борьбы с возникновением заторов и зажоров на реках Ала-Арча и Аламедин в черте города Бишкека / А.Ш. Токтогулова // Известия вузов Кыргызстана. 2021. № 6. С. 12–17.