УДК 620.1(035)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ ТЕНЗОРА КОШИ

Т.Б. Дуйшеналиев, А.С. Дуйшембиев, А.А. Орозбаев

Векторное поле можно определить по его дивергенции и ротору. Это поле может быть представлено в виде суммы безвихревого поля и соленоидального поля (теорема разложения Гельмгольца). Отыскание такого поля приводит к решению дифференциальных уравнений в частных производных при некоторых краевых условиях. Часто возникает другая задача. К примеру, решение статической краевой задачи в напряжениях дает поле тензора напряжения σ_{ij} , из которого можно определить поле линейного тензора Коши ε_{ij} . Далее возникает задача отыскания поля перемещения, соответствующего тензору ε_{ij} . Данная работа посвящена этой проблеме.

Ключевые слова: деформация; перемещение; напряжение; тензор Коши; поле, дифференциальные уравнения; краевые условия.

КОШИНИН ТЕНЗОРУНУН ЭЛЕМЕНТЕРИ БОЮНЧА ОРУН АЛМАШТЫРУУ ФУНКЦИЯЛАРЫН АНЫКТОО

Вектордук талааны анын дивергенциясы жана ротору боюнча аныктоого мүмкүн. Бул талаа куюнсуз жана соленоидалдык талаалардын суммасы түрүндө көрсөтүлө алат (Гельмгольцтун ажыратуу теоремасы). Бул сыяктуу талааны издөө кээ бир чектик шарттардагы жеке туундулуу дифференциалдык теңдемелерди чыгарууга алып келет. Көп учурда башка маселе пайда болот. Мисалга алсак, чыңалуудагы статикалык чектик маселенин чыгарылышын σ_{ij} чыңалуу тензорунун талаасын берет, андан ε_{ij} . Кошинин сызыктуу тензорунун талаасын аныктаса болот. Андан кийин ε_{ij} , тензоруна туура келген орун алмашуунун талаасын табуу маселеси пайда болот. Бул эмгек ушул маселеге арналган.

Түйүндүү сөздөр: деформация, орун алмашуу, чыңалуу, Кошинин тензору, талаа, дифференциалдык теңдеме, чектик шарттар.

DEFINITION OF FUNCTIONS OF DISPLACEMENT BY ELEMENTS OF THE CAUCHY TENSOR

T.B. Duishenaliev, A.S. Duyshembiev, A.A. Orozbaev

The vector field can be determined by its divergence and rotor. This field can be represented as the sum of an irrotational field and a solenoidal field (the Helmholtz decomposition theorem). Finding such a field leads to the solution of partial differential equations under certain boundary conditions. Often another problem arises. For example, the solution of the static boundary value problem in stresses gives the field of the stress tensor σ_{ij} from which the field of the linear Cauchy tensor can be determined ε_{ij} . Then the problem of finding the displacement field corresponding to the tensor arises ε_{ij} . This paper is devoted to the problem.

Keywords: deformation; displacement; stress; Cauchy tensor; field; differential equations; boundary conditions.

Пусть в области V с границей S известен только тензор Коши

$$\varepsilon_{ij}(x_1, x_2, x_3), \ \ x_i \in V , \tag{1}$$

где функции ε_{ij} и их частные производные первого и второго порядка непрерывны (рисунок 1).

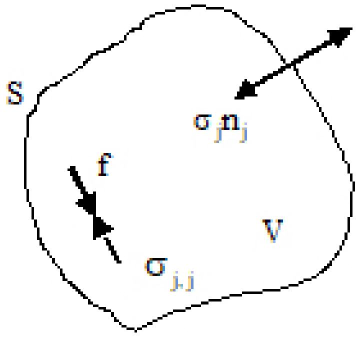

Рисунок 1 – В твердом теле, объемом V и поверхностью S, внешние силы уравновешены внутренними напряжениями. σ_j – вектор напряжения на площадке с нормалью x_j

Определим функции u_i на основе этого тензора. Дифференциал функций u_i напишем в виде

$$du_i = u_{i,j}dx_j = (\varepsilon_{ij} + \omega_{ij})dx_j\ , \qquad (2)$$

где

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})\ , \qquad (3)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})\ . \qquad (4)$$

Легко проверить, что функции ω_{ij} удовлетворяют уравнениям

$$\omega_{ij,k} = \varepsilon_{ki,j} - \varepsilon_{kj,i}\ . \qquad (5)$$

Следуя способу Чезаро [1], проинтегрируем выражение (2) по линии ℓ, лежащей в области V:

$$u_i(x_1,x_2,x_3) = u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0) + \int_\ell (\varepsilon_{ij} + \omega_{ij})dy_j\ . \qquad (6)$$

Уравнение (6) можно представить в виде

$$u_i(x_1,x_2,x_3) = u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0) + \int_\ell \varepsilon_{ik}dy_k - \omega_{ij}d(x_j - y_j)\ .$$

Здесь (x_1^0,x_2^0,x_3^0) – координаты начальной точки интегрирования линии ℓ.

Интегрирование по частям приводит это уравнение к виду:

$$u_i(x_1,x_2,x_3) = u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0) + \omega_{ij}(x_1^0,x_2^0,x_3^0)(x_j - x_j^0) + \int_\ell (\varepsilon_{ik} + (x_j - y_j)\omega_{ij,k})dy_k\ .$$

Пользуясь соотношением (5), представим это выражение в виде

$$\begin{aligned} u_i(x_1,x_2,x_3) = u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0) + \omega_{ij}(x_1^0,x_2^0,x_3^0)(x_j - x_j^0) + \\ + \int_\ell (\varepsilon_{ik} + (x_j - y_j)(\varepsilon_{ki,j} - \varepsilon_{kj,i}))dy_k\ . \end{aligned} \qquad (7)$$

Здесь неизвестно, является ли подынтегральное выражение полным дифференциалом или нет. Если оно не полный дифференциал, то, идя к точке (x_1,x_2,x_3) по разным линиям, получим разные величины функции (6). Для однозначности функции (7) подынтегральное выражение

$$(\varepsilon_{ik} + (x_j - y_j)(\varepsilon_{ki,j} - \varepsilon_{kj,i}))dy_k \qquad (8)$$

должно быть полным дифференциалом.

Если выражение (8) полный дифференциал, то криволинейный интеграл по любой замкнутой линии ℓ равен нулю

$$\oint_\ell (\varepsilon_{ik} + (x_j - y_j)(\varepsilon_{ki,j} - \varepsilon_{kj,i}))dy_k = 0\ .$$

Пусть замкнутая линия ℓ является контуром некоторой поверхности *S*, лежащей в области *V*. Тогда по формуле Стокса

$$\oint_{\ell}(\varepsilon_{ik}+(x_j-y_j)(\varepsilon_{ki,j}-\varepsilon_{kj,i}))dy_k=\iint_{s} rot((\varepsilon_{ik}+(x_j-y_j)(\varepsilon_{ki,j}-\varepsilon_{kj,i}))e_k)\cdot\eta ds=0\,,$$

где ε_k – орты прямоугольной координатной системы; η – нормаль к поверхности *S*.

Для того чтобы интеграл по поверхности был равен нулю при любом выборе поверхности *S*, необходимо

$$rot((\varepsilon_{ik}+(x_j-y_j)(\varepsilon_{ki,j}-\varepsilon_{kj,i}))e_k)=0,\;\; x_i\in V\;\;.$$

Это выражение можно представить в виде

$$\vartheta_{ijk}((\varepsilon_{pk}+(x_t-y_t)(\varepsilon_{kp,t}-\varepsilon_{kt,p})),_j=0\,,$$

где ϑ_{ijk} – тензор Леви–Чивити.

Выполним дифференцирование:

$$\begin{aligned}&\vartheta_{ijk}(\varepsilon_{pk,j}-\delta_{jt}(\varepsilon_{kp,t}-\varepsilon_{kt,p})+(x_t-y_t)(\varepsilon_{kp,tj}-\varepsilon_{kt,pj}))=\\&\vartheta_{ijk}(\varepsilon_{pk,j}-(\varepsilon_{kp,t}-\varepsilon_{kt,p})+(x_t-y_t)(\varepsilon_{kp,tj}-\varepsilon_{kt,pj}))=0\end{aligned}\;.$$

Это выражение из-за симметрии тензора Коши $(\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji})$ и свойства тензора Леви–Чивиты при перестановке индексов

$$\vartheta_{ijk}\varepsilon_{kj,p}=0,\;\;\varepsilon_{pk,j}-\varepsilon_{kp,j}=0\,,$$

превратится в следующее уравнение:

$$(x_t-y_t)\vartheta_{ijk}(\varepsilon_{kp,tj}-\varepsilon_{kt,pj})=0\,.$$

Для того чтобы это уравнение удовлетворялось при произвольных величинах x_t, y_t, принадлежащих области *V*, необходимо

$$\vartheta_{ijk}(\varepsilon_{kp,tj}-\varepsilon_{kt,pj})=0\;\;. \tag{9}$$

Здесь 81 уравнение (три свободных индекса), из которых только 6 независимы. Это те уравнения, которые известны как уравнения сплошности или совместности деформации. Пусть ε_{ij} удовлетворяют уравнениям (9), тогда уравнение (7) можно написать в виде

$$u_i(x_1,x_2,x_3)=u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0)+\omega_{ij}(x_1^0,x_2^0,x_3^0)(x_j-x_j^0)+\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}(\varepsilon_{ik}-(x_j-y_j)(\varepsilon_{ki,j}-\varepsilon_{kj,i}))dy_k\;. \tag{10}$$

Таким образом, если подынтегральное выражение (8) удовлетворяет уравнениям (9), то интеграл в уравнении (10) не зависит от линии, соединяющей точки (x_1^0,x_2^0,x_3^0), (x_1,x_2,x_3). В качестве этой линии проще всего взять прямую, проходящую через точки (x_1^0,x_2^0,x_3^0), (x_1,x_2,x_3). Вводя обозначение

$$g_i(x_1,x_2,x_3)=\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}(\varepsilon_{ik}+(x_j-y_j)(\varepsilon_{ki,j}-\varepsilon_{kj,i}))dy_k\,, \tag{11}$$

напишем уравнение (10) в виде

$$u_i(x_1,x_2,x_3)=u_i(x_1^0,x_2^0,x_3^0)+\omega_{ij}(x_1^0,x_2^0,x_3^0)(x_j-x_j^0)+g_i(x_1,x_2,x_3)\;\;. \tag{12}$$

Вычисление интеграла (11) вручную весьма трудоемко. Система MathCad успешно проводит такое вычисление. Ниже приведена программа для определения вектора $g_i(x_1,x_2,x_3)$ из тензора ε_{ij}. Далее будут использованы символы, применяемые в системе MathCad.

ORIGIN=1

Пусть задан линейный тензор Коши

$$\varepsilon(a_1,a_2,a_3)\;.$$

Программа сначала проверяет, удовлетворяет ли заданный тензор приведенным ниже уравнениям совместности деформаций.

$$\frac{d^2}{da_2{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} + \frac{d^2}{da_1{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} = 2\cdot\frac{d}{da_1}\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2} \rightarrow$$

$$\frac{d^2}{da_3{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} + \frac{d^2}{da_2{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} = 2\cdot\frac{d}{da_2}\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} \rightarrow$$

$$\frac{d^2}{da_1{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} + \frac{d^2}{da_3{}^2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} = 2\cdot\frac{d}{da_3}\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} \rightarrow$$

$$\frac{d}{da_1}\left(-\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} + \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} + \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2}\right) = \frac{d}{da_2}\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} \rightarrow$$

$$\frac{d}{da_2}\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} + \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2}\right) = \frac{d}{da_3}\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} \rightarrow$$

$$\frac{d}{da_3}\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} + \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2}\right) = \frac{d}{da_1}\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} \rightarrow$$

В этих шести выражениях используется знак булевого равенства.

Если эти равенства истинны, то сделаем следующие обозначения:

$$px_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} + (x_2 - a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2}\right) \dots$$
$$+ (x_3 - a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,3}\right)$$

$$px_2(x,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2} + (x_2 - a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2}\right) \dots$$
$$+ (x_3 - a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3}\right)$$

$$px_3(x,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,3} + (x_2 - a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,2}\right) \dots$$
$$+ (x_3 - a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} - \frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3}\right)$$

$$qx_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,1} + (x_1 - a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1}\right) \dots$$
$$+ (x_3 - a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,3}\right)$$

$$qx_2(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} + (x_1-a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,1}\right) \ldots$$
$$+ (x_3-a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3}\right)$$

$$qx_3(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} + (x_1-a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1}\right) \ldots$$
$$+ (x_3-a_3)\cdot\left(\frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,2} - \frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3}\right)$$

$$rx_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1} + (x_1-a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,1}\right) \ldots$$
$$+ (x_2-a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{1,2}\right)$$

$$rx_2(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,2} + (x_1-a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,1}\right) \ldots$$
$$+ (x_2-a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{2,2}\right)$$

$$rx_3(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3) := \varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} + (x_1-a_1)\cdot\left(\frac{d}{da_1}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,1}\right) \ldots$$
$$+ (x_2-a_2)\cdot\left(\frac{d}{da_2}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,3} - \frac{d}{da_3}\varepsilon(a_1,a_2,a_3)_{3,2}\right)$$

Обозначим радиус-вектор:

$$r := \sqrt{x_1^{\,2} + x_2^{\,2} + x_3^{\,2}} \;.$$

Параметрическое уравнение прямой линии, проходящей через точки $(0,0,0)$ и (x_1,x_2,x_3)

$$a_1 = \frac{x_1}{r}t,\; a_2 = \frac{x_2}{r}t,\; a_3 = \frac{x_3}{r}t, \qquad 0 \le t \le r \;.$$

Вектор (11) в сделанных выше обозначениях:

$$g(x_1,x_2,x_3) := \begin{pmatrix} \displaystyle\int_0^r px_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_1}{r} + px_2(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_2}{r} + px_3(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_3}{r}\,dt \\ \displaystyle\int_0^r qx_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_1}{r} + qx_2(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_2}{r} + qx_3(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_3}{r}\,dt \\ \displaystyle\int_0^r rx_1(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_1}{r} + rx_2(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_2}{r} + rx_3(x_1,x_2,x_3,a_1,a_2,a_3)\cdot\frac{x_3}{r}\,dt \end{pmatrix}$$

Системе MathCad удается провести это символьное интегрирование.

К примеру, зададимся линейным тензором Коши в виде

$$\varepsilon(a_1,a_2,a_3) := \begin{pmatrix} 9 \cdot a_1^8 \cdot a_2^7 - 2 \cdot a_1 \cdot a_3^2 & \frac{7}{2} \cdot a_1^9 \cdot a_2^6 + 2 \cdot a_1^3 \cdot a_3^7 \ldots + \frac{1}{2} \cdot a_3 & -a_1^2 \cdot a_3 + \frac{5}{2} \cdot a_3^4 \ldots + \frac{5}{2} \cdot a_1^4 \cdot a_2^3 \cdot a_3 \\ \frac{7}{2} \cdot a_1^9 \cdot a_2^6 + 2 \cdot a_1^3 \cdot a_3^7 \ldots + \frac{1}{2} \cdot a_3 & -4 \cdot a_2^3 \cdot a_3^3 & \frac{3}{2} \cdot a_1^5 \cdot a_2^2 \cdot a_3 + 2 \cdot a_2^3 \cdot a_3^2 \ldots + \frac{7}{2} \cdot a_1^4 \cdot a_3^6 - \frac{3}{2} \cdot a_2^4 \cdot a_3^2 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \\ -a_1^2 \cdot a_3 + \frac{5}{2} \cdot a_3^4 \ldots + \frac{5}{2} \cdot a_1^4 \cdot a_2^3 \cdot a_3 & \frac{3}{2} \cdot a_1^5 \cdot a_2^2 \cdot a_3 + 2 \cdot a_2^3 \cdot a_3^2 \ldots + \frac{7}{2} \cdot a_1^4 \cdot a_3^6 - \frac{3}{2} \cdot a_2^4 \cdot a_3^2 + \frac{1}{2} \cdot a_1 & a_1^5 \cdot a_2^3 + 2 \cdot a_2^4 \cdot a_3 - 8 \cdot a_3^7 \end{pmatrix}$$

Приведенная выше программа сначала проверяет удовлетворенность уравнений совместности деформации, а затем, проводя дальнейшие вычисления, определяет вектор перемещения:

$$g(x_1,x_2,x_3) := \begin{pmatrix} x_3^5 - x_1^2 \cdot x_3^2 + x_1^9 \cdot x_2^7 \\ x_1^4 \cdot x_3^7 - x_2^4 \cdot x_3^3 + x_3 \cdot x_1 \\ -x_3^8 + x_2^4 \cdot x_3^2 + x_3 \cdot x_1^5 \cdot x_2^3 \end{pmatrix}$$

В качестве другого примера, зададимся линейным тензором Коши в виде

$$\varepsilon(a_1,a_2,a_3) := \begin{bmatrix} 1-\cos(a_2) & \frac{1}{2} \cdot (a_1 \cdot \sin(a_2) - \sin(a_2)) & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (-\sin(a_2) + a_1 \cdot \sin(a_2)) & 1 - a_1 \cdot \cos(a_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Программа определяет следующий вектор:

$$g(x_1,x_2,x_3) \to \begin{pmatrix} x_1 - x_1 \cdot \cos(x_2) \\ x_2 - \sin(x_2) \cdot x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Остается подставить определенные функции $g(x_1,x_2,x_3)$ в выражение (12), что дает поле перемещения с точностью до постоянного вектора $u_i(0,0,0)$ и постоянного антисимметричного тензора $\omega_{ij}(0,0,0)$, которые являются произвольными постоянными интегрирования.

Определение тензора ε_{ij} из найденных функций g_i приводит к тензору $\varepsilon(a_1,a_2,a_3)$, иначе говоря, к исходному тензору. К такому же выводу приводят и использования любых других исходных тензоров (разумеется, таких, при которых система MathCad в состоянии проводить вычисления).

Таким образом, из линейного тензора Коши можно определить поле перемещений u_i. Если поле перемещения установлено, то можно определить все, что оно создает. В этом смысле можно сказать, что тензор ε_{ij} является полной характеристикой и деформированного, и напряженного состояния.

Перечень использованной литературы

1. *Дуйшеналиев Т.Б.* Неклассические решения механики деформируемого тела / Т.Б. Дуйшеналиев. М.: Изд-во МЭИ, 2017. 400 с.
2. *Ордобаев Б.С.* Модель преобразования упругих тел на основе пространственного градиента перемещения / Б.С. Ордобаев, Ч.Т. Дуйшеналиев, А.С. Дуйшембиев // Вестник КРСУ. 2018. Т. 18. № 4. С. 123–126.
3. *Смирнов С.Б.* Некоторые особенности сейсмического расчета зданий и сооружений / С.Б. Смирнов, Б.С. Ордобаев, Б.М. Сеитов // Вестник КРСУ. 2017. Том 17. № 12. С. 118–121.