

УДК 550.837

**СПЕКТРЫ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СИГНАЛОВ
ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ**

В.Д. Брагин

При выполнении электроимпульсных зондирований земной коры возникают некоторые проблемы, зависящие как от вида зондирующих сигналов, их спектров и корреляционных функций, так и от характеристик геоэлектрических разрезов. Немаловажное значение имеет характер электромагнитных помех в пунктах проведения электроразведочных работ. Эффективность решения поставленных задач напрямую зависит от вида спектров и корреляционных функций обрабатываемых сигналов и помех, возможности улучшения соотношения сигнал/помеха.

Ключевые слова: амплитудный спектр; корреляционная функция; земная кора.

**ЖЕР КЫРТЫШЫНА ЭЛЕКТОРИМПУЛЬСТУК БАЙКОО
ЖҮРГҮЗҮҮНҮН СИГНАЛДАРЫНЫН СПЕКТРЛЕРИ
ЖАНА КОРРЕЛЯЦИЯЛЫК ФУНКЦИЯЛАРЫ**

Жер кыртышына электроимпульстук байкоо жүргүзүүдө байкоо жүргүзүү сигналдарынын түрлөрү, алардын спектрлери жана корреляциялык функциялары, ошондой эле геоэлектрдик оюктар менен байланышкан маселелер келип чыгат. Электрдин жардамы менен чалгындоо иштерин жүргүзүүчү пункттарда электромагниттик тоскоолдуктардын мүнөзү чоң мааниге ээ. Алдыга коюлган милдеттерди чечүүнүн натыйжалуулугу сигналдардын жана тоскоолдуктардын спектрлеринин түрлөрүнөн жана корреляциялык функциялардан, сигналдарды/ тоскоолдуктарды айкалыштырууну жакшыртуу мүмкүнчүлүгүнөн түздөн түз көз каранды.

Түйүндүү сөздөр: амплитудалык спектр; корреляциялык функция; жер кыртышы.

**SPECTRA AND CORRELATION FUNCTIONS OF SIGNALS
OF ELECTROIMPULSE SOUNDING OF THE EARTH CRUST**

V.D. Bragin

When performing electropulse probes of the earth's crust, some problems arise, depending both on the type of probing signals, their spectra and correlation functions, and on the characteristics of geoelectric sections. The important value has the nature of electromagnetic interference in the sites of electrical exploration. The efficiency of solving the tasks posed directly depends on the type of spectra and the correlation functions of the processed signals and interference, the possibility of improving the signal-to-interference ratio.

Keywords: amplitude spectrum; correlation function; Earth's crust.

В [1, 2] описан сигнал меандрового типа, когда в течение 5 сек по всей длине кабеля электрического диполя излучается положительный импульс, затем за 5 сек – отрицательный и т. д. в течении 10 или более минут.

Используя соотношения для расчетов Фурье спектров, последовательно получим (см. рисунки 1–3) на которых изображены анализируемые сигналы, их амплитудно-частотные и фазо-частотные спектры (АЧС и ФЧС), а также автокорреляционные функции (АКФ).

Для положительного импульса (рисунок 1, а–г) для спектра и автокорреляционной функции имеем выражения:

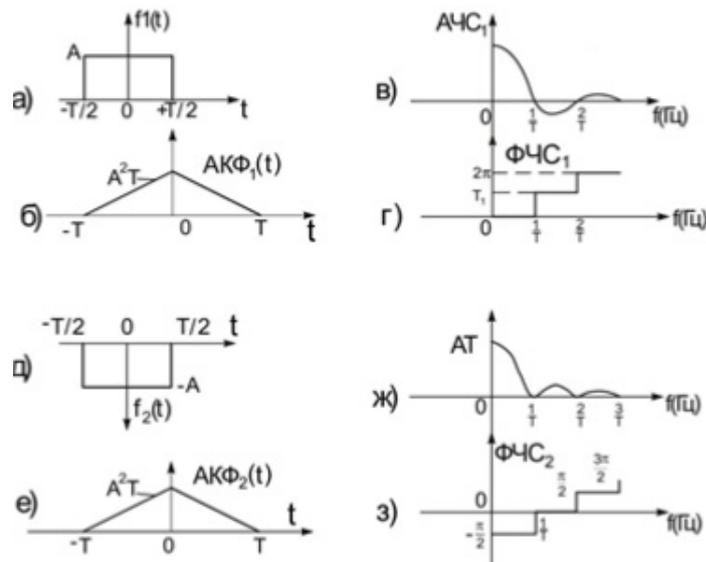


Рисунок 1 – Прямоугольный импульс (а), его АКФ₁ (б), спектр (АЧС₁ и ФЧС₁) (в); отрицательный импульс (д), его АКФ₂ (е), модуль спектра (ж) и ФЧС₂ (з)

$$S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A e^{-i\omega t} dt = (-A) \frac{e^{-i\omega \frac{T}{2}} - e^{i\omega \frac{T}{2}}}{i\omega} = \frac{2A}{\omega} \left(\frac{e^{i\omega \frac{T}{2}} - e^{-i\omega \frac{T}{2}}}{2i} \right) = \left. \begin{aligned} &= \frac{2A}{\omega} \sin \frac{\omega T}{2} = AT \cdot \frac{\sin(\omega T / 2)}{(\omega T / 2)} = AT \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{2} \right) = \begin{cases} AT, \omega = 0 \\ 0, \frac{\omega T}{2} = \pi, f = \frac{1}{T} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$AK\Phi_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f(t-\tau) dt = A^2 * \begin{cases} (t+T), -T \leq \tau \leq 0 \\ -(t-T), 0 \leq \tau \leq T \end{cases}, \quad (2)$$

$$S_1(\omega) = |S_1(\omega)| e^{i\phi_1(\omega)}, \phi_1(\omega) - \text{ФЧС}, \quad (3)$$

где (1) есть спектр положительного импульса, (2) – его АКФ; на рисунке 1, в изображен весь спектр (а не модуль), который в силу отличия фазо-частотного спектра (ФЧС) от нуля на всей оси частоты (см. рисунок 1, г), является комплексным; отметим, что при длительности зондирующего импульса $T = 5$ с ноль в спектре расположен на частоте $5^{-1} = 0,2$ Гц; если же длительность меандра $T = 900$ с, то ноль спектра расположен на частоте 10^{-3} Гц.

На рисунках 1, д–з представлены амплитудный, фазовый спектры и автокорреляционная функция для отрицательного зондирующего импульса. Соответственно аналитические выражения будут иметь вид:

$$|S_2(\omega)| = -AT \sin \frac{\omega T}{2} = AT e^{-i\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\omega T}{2}, \quad (4)$$

$$AK\Phi_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (-f_1(t))(-f_1(t-\tau)) dt = AK\Phi_1, \quad (5)$$

$$|S_2(\omega)| = |S_1(\omega)|, \PhiЧХ_2 = -\frac{\pi}{2} + \PhiЧХ_1. \quad (6)$$

Для отрицательного импульса (рисунок 1, д) спектр (4) меняет знак, что сказывается только на ФЧС₂ (см. (6)), но никак не влияет на АКФ.

Перейдем к рассмотрению спектра меандра с базой $B = 2$ (в меандре два разнополярных импульса (см. рисунок 2, а); на рисунке 2, б изображена АКФ). Используя теорему запаздывания, имеем (см. (1) и (4)):

$$S_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(s_1 \left(t + \frac{T}{4} \right) + s_2 \left(t - \frac{T}{4} \right) \right) e^{-i\omega t} dt = S_1(\omega) e^{+i\omega \frac{T}{4}} + S_2(\omega) e^{-i\omega \frac{T}{4}} =$$

$$= \frac{2iAT}{2} \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{4} \right) \sin \left(\frac{\omega T}{4} \right) = \frac{iA\omega T^2}{4} \sin^2 \frac{\omega T}{4},$$

$$|S(\omega)| = \frac{A\omega T^2}{4} \sin^2 \left(\frac{\omega T}{4} \right); \text{ ' ! } = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, \omega > 0 \\ 0, \omega = 0 \\ -\frac{\pi}{2}, \omega < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Следует обратить внимание на то, что амплитудный спектр (7) при нулевой частоте равен нулю, причем спектр убывает линейно (для мощностей – по квадратичному закону, т. е. гораздо быстрее); кроме того, нулю равен спектр на частотах $\pm 2/T$ (при $T = 5$ с на частоте 0,4 Гц, при $T = 900$ с – на $2 \cdot 10^{-3}$ Гц). Для меандра обратного знака (рисунок 2, д) АКФ не меняется (рисунок 2, е), а спектр (рисунок 2, ж) и ФЧС (рисунок 2, з) меняют знак.

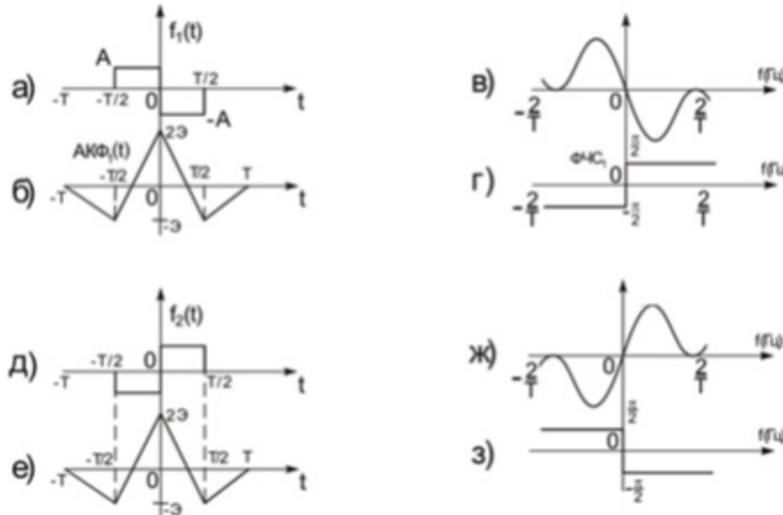


Рисунок 2 – Меандр (а), сдвинутый влево на $(1/2)$ АКФ₁ (б), модуль спектра $S_1(\omega)$ (в) и его ФЧС₁ (г). Меандр (д), сдвинутый влево на $(1/2)$ АКФ₂ (е), модуль спектра (ж) и ФЧС (з)

Рассмотрим спектры меандра произвольной длительности с базой B (см. рисунок 3, а). Воспользуемся формулой для Фурье спектра, получаем:

$$s(t) = s \left(t - \frac{T}{4} \right) \sum_{n=-B/2}^{n=B/2} \Delta \left(t - \frac{nT}{2} \right), \text{ где } \Delta \left(t - \frac{nT}{2} \right) = \begin{cases} 1, \frac{+nt}{2} \leq \frac{(n+1)T}{2} \\ 0, \text{ вне} \end{cases} \quad (8)$$

Используя формулу для суммы членов геометрической прогрессии с общим членом $\exp \left(\frac{-in\omega T}{2} \right)$, получим:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{\frac{BT}{2}}^{\frac{BT}{2}} s(t) e^{-i\omega t} dt = S_0(\omega) \sum_{n=-B/2}^{B/2} e^{-\frac{-in\omega T}{2}} = S_0(\omega) \cdot N(\omega), \quad (9)$$

где $N(\omega)$ – осциллирующий множитель:

$$N(\omega) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\frac{B-1}{2}} \cos \frac{n\omega T}{2} = \begin{cases} 1, B=2 \\ 1 + 2 \cos \frac{\omega T}{2}, B=4 \\ 1 + 2 \cos \frac{\omega T}{2} + 2 \cos \omega T, B=6, \end{cases} \quad (10)$$

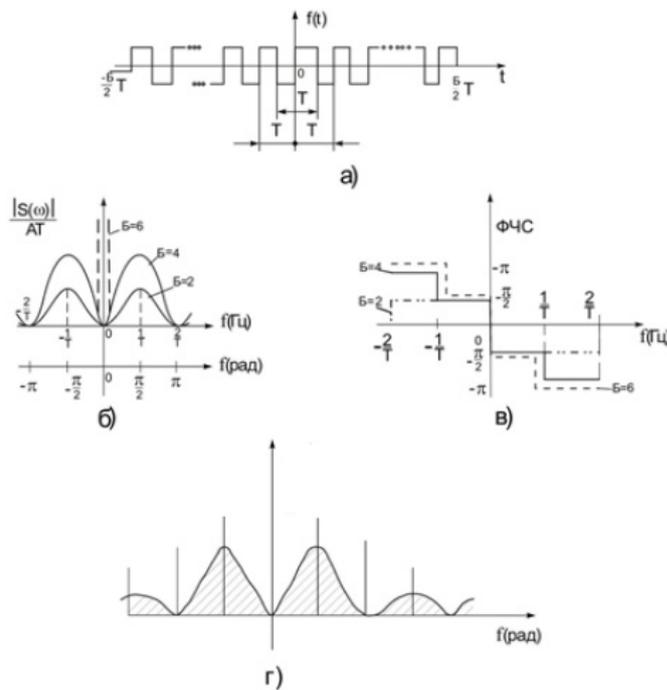


Рисунок 3 – Меандр любой длительности (базы B) (а); модуль спектров (б); ФЧС (в); модуль спектра при $B \rightarrow \infty$ (г)

В общем случае из (9) получим:

$$\frac{|S(\omega)|}{AT} = \left| \frac{\pi}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left(X - \frac{\pi k}{2} \right) \cdot (X \sin^2 X) \right|, \quad X = \frac{\omega T}{4} = \begin{cases} \pi/2, f = \frac{1}{T} \\ \pi, f = \frac{2}{T} \\ \dots \\ \frac{B\pi}{4}, f = \frac{B}{2T} \end{cases} \quad (11)$$

Используя полученные выражения (9)–(11), определим в качестве примера в частности, спектр для $B \gg 1$:

$$S(\omega) = S_0(\omega) \left[1 + \sum_{n=1}^{\frac{B-1}{2}} e^{\frac{in\omega T}{4}} + \sum_{n=1}^{\frac{B-1}{2}} e^{-\frac{in\omega T}{4}} \right] = S_0(\omega) \left[1 + \frac{e^{\frac{in\omega T}{4}} + e^{-\frac{in\omega T}{4}}}{1 - e^{\frac{in\omega T}{4}} + e^{-\frac{in\omega T}{4}}} \right] =$$

$$S_0(\omega) \cdot \frac{\sin \left[(2n-1) \frac{\omega T}{8} \right]}{\sin \frac{\omega T}{8}} = \begin{cases} 2n-1, \frac{\omega T}{8} = 0, \pi, 2\pi \dots \\ \sin \left(\frac{\pi}{8} (2n-1) \right), \frac{\omega T}{8} = \pm \frac{\pi}{2} (2k-1), k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases} \quad (12)$$

Тогда при $B = \infty$ (см. [3], с учетом дельта-функции $\delta(\omega T - kx)$, получаем периодически повторяющийся член:

$$N(\omega) \approx 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega T - kx). \quad (13)$$

Откуда искомым спектр с учетом (11) будет иметь вид:

$$\frac{|S(\omega)|}{AT} = \left| \frac{\pi}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(X - \frac{\pi k}{2}\right) \cdot \left(X \sin^2 X\right) \right|. \quad (14)$$

Исходный сигнал на рисунке 3, а записан в форме (8); спектр определяется выражением (9), где $N(\omega)$ есть осциллирующий множитель (ОМ), представленный подробнее в (10) для $B = (2; 4; 6)$; общее выражение для модуля спектра представлено в (11) (см. рисунок 3, б–г). При большой базе $B = 900/5 = 180$ спектр имеет вид (12). При бесконечно большой базе ОМ записан в (13), а предельный спектр – в (14), причем его “огнибающая” совпадает с выражением (6) (см. рисунки 3, в и 2, ж (по модулю), причем в максимумах модуля спектра располагаются дельта-функции, эквивалентные гармоническим колебаниям.

Таким образом, менять по длине излучающий кабель (ИК) ни технически, ни физически невозможно [1, 2], но возможно изменять электрическую длину ИК. Это означает, что если электрическая длина (ЭД) кабеля меняется, образуя, допустим, ряд 0,1 с; 1 с; 10 с; 100 с; 10^3 с, то (см. формулы (1)–(6) и рисунок 1) не будут излучаться частоты: 10 Гц; 1 Гц; 0,1 Гц; 10^{-2} Гц и 10^{-3} Гц, поскольку в этих точках спектры (рисунок 1, в, ж) равны нулю. Главное заключается в том, что по мере излучения меандра, спектр непрерывно меняется во времени, и с этим явлением приходится считаться при выполнении электроимпульсных зондирований земной коры.

Литература

1. Брагин В.Д. Активный электромагнитный мониторинг территории Бишкекского геодинамического полигона: дис... канд. физ.-мат. наук / В.Д. Брагин. М., 2001. 135 с.
2. Проявление геодинамических процессов в геофизических полях / под ред. Е.П. Велихова, В.А. Зейгарника. М.: Наука, 1993. 158 с.
3. Голяницкий И.А. Математические модели и методы в радиосвязи / И.А. Голяницкий. М.: Эко-Трендз, 2005. 440 с.
4. Брагин В.Д. К проблемам отражений электромагнитных волн от многослойных сред / В.Д. Брагин, И.А. Голяницкий // Вестник КРСУ. 2008. Том 8. № 10. С. 27–33.