

УДК 517.93

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ПОЛИМОРФНОЙ ВЕЙВЛЕТ-СЕТЬЮ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ**

С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко

Рассмотрена задача идентификации нелинейных динамических систем. В качестве идентификатора предложено использовать новую конфигурацию вейвлет-сетей – полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями.

Ключевые слова: идентификация; нелинейная динамическая система; полиморфная вейвлет-сеть; настройка параметров.

**IDENTIFICATION OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS
BY POLYMORPH WAVELET NETWORKS WITH FEEDBACK**

S.N. Verzunov, N.M. Lychenko

The problem of identification of nonlinear dynamical systems is considered. It is proposed to use the new configuration of the wavelet networks – polymorphic wavelet network with feedback as an identifier.

Key words: identification; nonlinear dynamic system; polymorphic wavelet network; adjustment of parameters.

Введение. В классическом смысле под идентификацией понимается определение параметров и структуры математической модели, обеспечивающих наилучшее совпадение выходных координат модели и процесса при одинаковых входных воздействиях. При выбранной структуре модели задача идентификации представляет собой типичную экстремальную задачу и для ее решения с успехом используется мощный аппарат теории задач такого рода [1].

В последние три десятилетия активно развивались методы адаптивной идентификации с динамической подстройкой оценок неизвестных параметров линейных и нелинейных систем. Появились работы, в которых для идентификации нелинейных динамических систем используются рекуррентные нейронные сети [2]. С точки зрения теории систем такие сети представляют собой нелинейные динамические системы с обратными связями. В этом случае задача идентификации становится неклассической, поскольку математическая модель объекта в явном виде не определяется, и сводится к определению адаптивного алгоритма, который подстраивает параметры сети, используя пары наблюдаемых данных вход-выход.

В последние годы появился новый инструмент для обработки информации, сочетающий в себе достоинства искусственных нейронных сетей и те-

ории вейвлетов – так называемые вейвлет-сети [3, 4]. Возможности вейвлет-сетей аппроксимировать широкий класс нелинейных функций за счет эффективной подстройки параметров сетей делают привлекательным использование их в качестве динамических моделей нелинейных объектов.

В настоящей работе предлагается использовать усовершенствованную вейвлет-сеть, названную полиморфной вейвлет-сетью с обратными связями, для идентификации нелинейных динамических систем или процессов. В этой сети параметры вейвлет-базиса являются переменными и настраиваются, исходя из минимума энергии ошибки идентификации, а для учета динамики системы в структуру сети вводятся обратные связи.

Постановка задачи. Пусть имеется нелинейная динамическая система, при этом исходные данные о параметрах и структуре модели системы отсутствуют. Требуется по наблюдаемым (измеряемым) входным и выходным переменным системы построить идентификационную модель системы при наличии разного рода ошибок измерений. В общем виде задача идентификации динамической системы показана на рисунке 1.

Здесь нелинейная динамическая система – стационарная нелинейная система, на которую воздействует входное воздействие $u(t)$ и ненаблюдаемое возмущение $\varepsilon_s(t)$. Вход системы $u(t)$ и выход

системы $y(t)$ измеряются в дискретные моменты времени при наличии некоторых случайных факторов, характеризующихся ошибками измерения, соответственно $\varepsilon_u(t)$ и $\varepsilon_y(t)$, при этом $M\{\varepsilon\} = 0, D\{\varepsilon\} < \infty$.

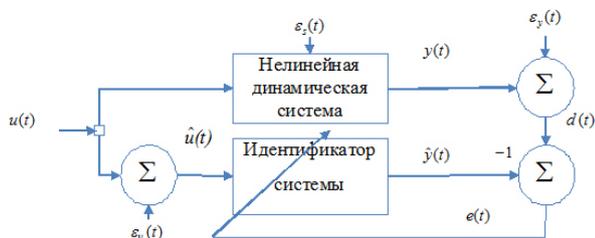


Рисунок 1 – Структурная схема идентификации нелинейной динамической системы

Необходимо, используя выборки зашумленных измерений (наблюдений) реакции системы $d(t)=y(t)+\varepsilon_y(t)$ на входное воздействие $\hat{u}(t)=u(t)+\varepsilon_u(t)$, построить идентификатор системы (идентификационную модель), который при любом входе, подаваемом на объект, продуцирует выход модели, аппроксимирующий выход объекта в смысле малости ошибки идентификации $e(t)$.

Решение задачи. В качестве идентификатора предлагается использовать полиморфную вейвлет-сеть [5]. Полиморфная вейвлет-сеть аппроксимирует динамические характеристики системы линейной комбинацией набора дочерних вейвлетов $h_{a,b,p}(t, p)$, которые получаются путем растяжения и сдвига материнского вейвлета $h(t, p)$:

$$h_{a,b,p}(t) = h\left(\frac{t-b}{a}, p\right),$$

где $a > 0$ – масштаб, характеризующий растяжение материнского вейвлета; b – величина сдвига; p – дополнительный настраиваемый параметр базового вейвлета. Для задач аппроксимации и идентификации параметры вейвлет-сети можно настроить таким образом, чтобы минимизировать меру рассогласования между значениями выходных переменных системы и сети. Структура идентификатора должна быть идентичной идентифицируемому динамическому объекту, то есть она должна включать обратные связи и временные задержки.

Таким образом, идентификатор можно представить как полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями:

$$\hat{y}(t) = c + \hat{u}(t) \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t) + \sum_{i=1}^N r_i \hat{y}(t-i),$$

где c – постоянная составляющая (параметр смещения); K – количество вейвлетов; w_k – весовые коэффициенты прямых связей; N – количество обратных связей; r_i – весовые коэффициенты обрат-

ных связей. На рисунке 2 видно, что предложенная сеть состоит из двух частей: первый слой является слоем прямого распространения (слева), а второй – слоем с обратными связями (справа). Параметры вейвлет-сети w_k, a_k, b_k, p_k, r_i и c могут быть настроены путем минимизации функции энергии ошибки идентификации E на всем множестве отсчетов времени t .

Таким образом, обозначая функцию ошибки идентификации в момент t как

$$e(t) = d(t) - \hat{y}(t),$$

функцию энергии ошибки идентификации можно записать как

$$E = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T e^2(t).$$

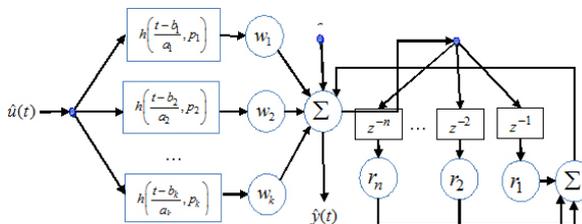


Рисунок 2 – Полиморфная вейвлет-сеть с обратными связями

Для минимизации E можно использовать различные численные методы оптимизации. Как наиболее эффективный для этой задачи, в настоящей работе используется метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно [6], который требует градиенты $\frac{\partial E}{\partial w_k}, \frac{\partial E}{\partial a_k}, \frac{\partial E}{\partial b_k}, \frac{\partial E}{\partial p_k}, \frac{\partial E}{\partial r_i}$ и $\frac{\partial E}{\partial A}$ для последовательного изменения каждого конкретного параметра w_k, a_k, b_k, p_k и c :

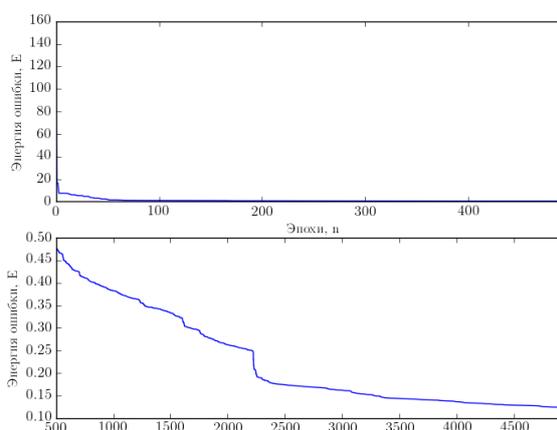


Рисунок 3 – Динамика изменения энергии ошибки E в процессе обучения сети

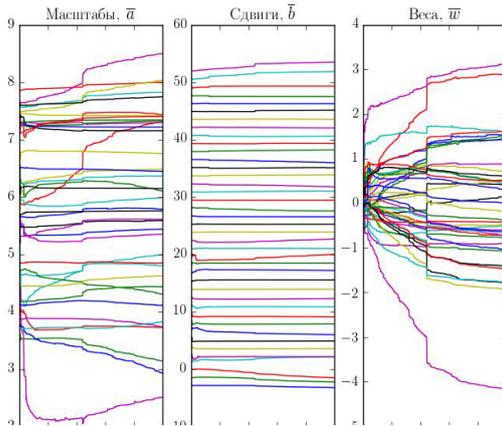


Рисунок 4а – Динамика основных параметров сети в процессе обучения

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial w_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)h(\tau, p_k)\hat{u}(t), \\ \frac{\partial E}{\partial b_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial a_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k\tau \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k} = \tau \frac{\partial E}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial p_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial p_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial r_i} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{y}(t-i), \quad \frac{\partial E}{\partial c} = -\sum_{t=1}^T e(t). \end{aligned}$$

В этих выражениях $h(\tau)$ и ее производные определяются конкретным типом вейвлета. Например, для вейвлета RASP [4], используемого в описанном ниже вычислительном эксперименте, они определяются как

$$\begin{aligned} h(\tau) &= \frac{p_k\tau}{(\tau^2 + 1)^2}, \quad \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial p_k} = \frac{\tau}{(\tau^2 + 1)^2}, \\ \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k} &= \frac{p_k(3\tau^2 - 1)}{a_k(\tau^2 + 1)^3}, \quad \text{где } \tau = \frac{t - b_k}{a_k}. \end{aligned}$$

Вычислительный эксперимент. Рассмотрим для примера нелинейную динамическую дискретную систему 2-го порядка:

$$y_j(n) = \frac{1.1y(n-1)}{1 + y(n-2)} + u_j(n) + \varepsilon_s(n), \quad (1)$$

где $j = 1, 2, 3, 4$, $n = 0, 1, \dots, 99$. При этом использовались следующие виды входных воздействий: $u_1(n) = 1(n)$, $u_2(n) = 0.5\cos(3\gamma_2)e^{-0.5\gamma_2^2} + 1$ при

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \frac{n-20}{3}, \quad u_3(n) = 0.7\cos(2.5\gamma_3)e^{-0.5\gamma_3^2} + 1, \quad \text{при} \\ \gamma_3 &= \frac{n-30}{3.5}, \quad u_4(n) = 0.5\delta(n-25) + 1. \quad \text{Случайные} \end{aligned}$$

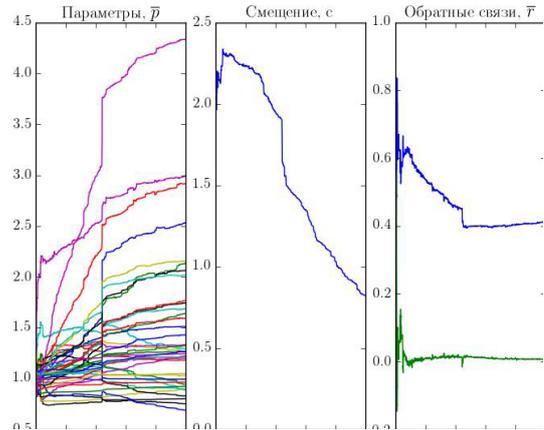


Рисунок 4б – Динамика изменения дополнительных параметров сети в процессе обучения

ошибки измерения имеют нормальное распределение, при этом стандартные отклонения для ошибок измерения $\varepsilon_u(t)$ и $\varepsilon_y(t)$ равны соответственно 0.01 и 0.05. Стандартное отклонения неизмеряемого возмущения $\varepsilon_s(t)$ равно 0.01. Обучающую выборку образуют пары (u_1, y_1) и (u_2, y_2) , а тестовую (u_3, y_3) и (u_4, y_4) . На рисунке 3 показана динамика изменения энергии ошибки E сети, содержащей 40 RASP вейвлетов, при обучении на выборке $\{(u_1, y_1), (u_2, y_2)\}$ в течение 5000 эпох.

Видно, что в основном обучение сети заканчивается менее чем за 100 эпох, затем, как видно на рисунке 4 а,б, на протяжении примерно 2200 эпох значения весов сети \bar{a} , \bar{b} , \bar{p} , \bar{w} , c , \bar{r} изменяются довольно плавно.

Однако около 2300 эпохи происходят революционные изменения значений параметров сети, которые приводят к значительному уменьшению энергии ошибки.

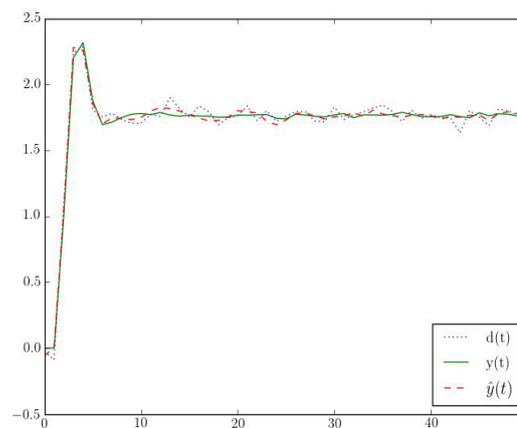


Рисунок 5 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_1 из обучающей выборки

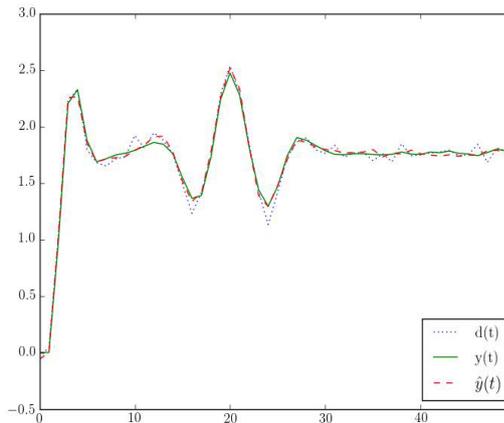


Рисунок 6 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_2 из обучающей выборки

Далее сеть медленно обучается на протяжении более 2500 эпох, после чего параметры сети вновь принимают устойчивые значения.

На рисунке 5 показаны выходы системы (1) и идентифицирующей ее вейвлет-сети при входном воздействии $u_1(n) = 1(n)$, использованном при обучении сети.

На рисунке 6 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии $u_2(n) = 0.5\cos(3\gamma_2)e^{-0.5\gamma_2^2} + 1$, где $\gamma_2 = \frac{n-20}{3}$, использованном при обучении сети.

На рисунке 7 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии, отличном от использованного при обучении:

$$u_3(n) = 0.7\cos(2.5\gamma_3)e^{-0.5\gamma_3^2} + 1, \text{ при } \gamma_3 = \frac{n-30}{3.5}.$$

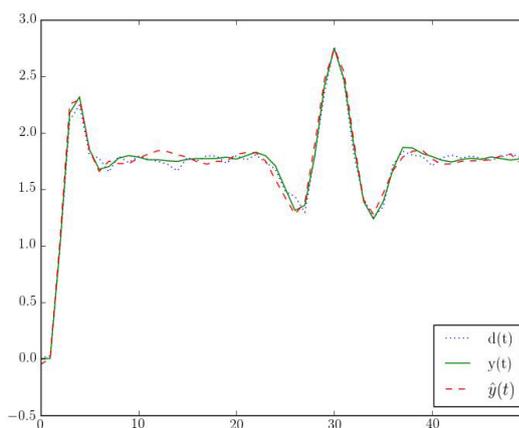


Рисунок 7 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_3 из тестовой выборки

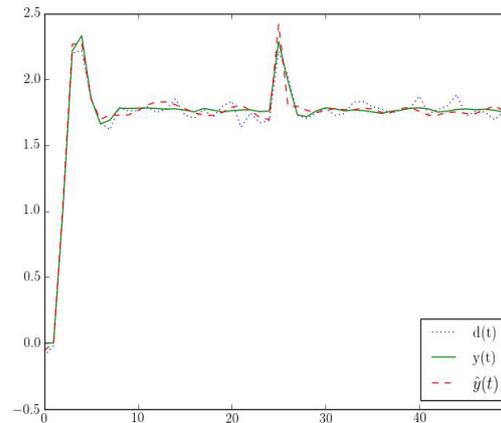


Рисунок 8 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_4 из тестовой выборки

На рисунке 8 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии $u_4(n) = 0.5\delta(n-25) + 1$, отличном от использованного при обучении.

Заключение. Таким образом, для решения задачи идентификации нелинейных динамических систем предложено использовать новую конфигурацию вейвлет-сетей – полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями. Получены алгоритмы для адаптивной настройки параметров сети. Результаты моделирования показали, что разработанные вейвлет-сети достаточно хорошо идентифицируют нелинейные динамические системы при различных входных воздействиях. При этом следует отметить, что обучать сеть следует на двух и более парах вход/выход, в противном случае результат идентификации неудовлетворительный. Полученные результаты могут быть использованы при создании вейвлет-сетевых систем управления нелинейными процессами.

Литература

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. М.: Наука, 1991. 432 с.
2. Narendra K., Parthasarathy K. Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks / K. Narendra, K. Parthasarathy // IEEE Transaction on Neural Networks. Vol. 1. March, 1990. P. 4–27; Lekutai G. Adaptive Self-Turning Neuro Wavelet Network Controllers. Dissertation of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Blacksburg, Virginia. <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-554502439741131/unrestricted/ETD.PDF>, 1997.
3. Lekutai G. Adaptive Self-Tur при различных входных воздействиях Neuro Wavelet Network

- Controllers. Dissertation of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Blacksburg, Virginia. <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-554502439741131/unrestricted/ETD.PDF>, 1997.
4. *Shi H.-l., Cai Y.-l., Qiu Z.-l.* Improved system identification approach using wavelet networks // Jour. of Shanghai University (English Edition). 2005. Vol. 9. No. 2. P. 159–163.
 5. *Верзунов С.Н.* Разработка структуры полиморфной вейвлет-сети на базе вейвлета Морле / С.Н. Верзунов // Современные техника и технологии в научных исследованиях: Сб. докл. VII межд. конф. г. Бишкек, 25–26 марта 2015. Бишкек, 2015. С. 181–186.
 6. *Nocedal Jorge, Wright Stephen* // J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006.