

УДК 622.271.322:531.781.2

**РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ МАССИВОВ ВОКРУГ КАМЕРЫ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ СЕЧЕНИЕМ
В ПОЛЕ ДЕЙСТВИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ И ТЕКТОНИЧЕСКИХ СИЛ**

Э.Б. Аскарбеков, Б. Жумабаев, А.К. Жаманганова

Создана и апробирована аналитическая модель напряженного и деформированного состояния массива горных пород вокруг очистных камер с прямоугольным поперечным сечением с отношением сторон 3:1 при совместном действии силы гравитации и горизонтального тектонического сжатия с использованием метода Мухелишвили с привлечением конформного отображения Г.Н. Савина. Модель напряженного состояния массивов представлена в виде суммы двух полей напряжений. Выполнен расчет значений напряжений в контуре камеры и массивов вокруг камеры. При этом действует сила гравитации и тектоническое сжатие $T_x = -20$ МПа, глубина расположения камеры 200 м. Расчеты показали, что граничные условия выполняются с высокой точностью, погрешность составляет не более 10^{-14} . Результаты распределения напряжений для всех компонентов представлены в виде изолиний. Использование возможностей Matcad для расчета полей напряжений позволяет переходить от криволинейных ортогональных координат к декартовым и наоборот, без особых затруднений.

Ключевые слова: гравитация; конформное отображение; метод Мухелишвили; напряжения; очистная камера; упругость; тектоническая сила.

**ГРАВИТАЦИЯЛЫК ЖАНА ТЕКТОНИКАЛЫК КҮЧТӨРДҮН АРАКЕТТЕНҮҮ ТАЛААСЫНДА
КАМЕРАНЫН АЙЛАНАСЫНДАГЫ ТОО ТЕКТЕРИНИН ЧЫҢАЛУУСУН ЭСЕПТӨӨ**

Э.Б. Аскарбеков, Б. Жумабаев, А.К. Жаманганова

Бул эмгекте Мухелишвилинин методун пайдаланып, Г.Н. Савиндин конформдук чагылуу тартуу менен гравитациялык күчтөрдүн жана горизонталдык тектоникалык кысылуулардын биргелешкен аракетинде туурасынан кесилишкен тараптары 3:1 катнаштагы төрт бурчтук камеранын айланасындагы тоо тектеринин чыңалган жана деформацияланган аналитикалык модели түзүлгөн жана сыналган. Тоо тектеринин чыңалган абалынын модели эки чыңалуу талаасынын суммасы түрүндө берилген. Камеранын контурунда жана камеранын айланасындагы тоо тектеринин чыңалууларынын маанилерин эсептөө жүргүзүлдү. Бул учурда гравитациянын күчү жана тектоникалык кысылуу $T_x = -20$ МПа га барабар, камера жайгашкан тереңдик 200 м. Эсептөөлөр көрсөткөндөй, чектешкен шарттар жогорку тактыкта аткарылган, айырмачылык 10–14 тен көп эмес. Бардык компоненттер үчүн чыңалууну бөлүштүрүү натыйжалары изолиния түрүндө көрсөтүлгөн. ыңалуу талаасын эсептөө үчүн Matcadдын мүмкүнчүлүктөрүн пайдалануу эч кыйынчылыксыз ийри сызыктуу ортогоналдык координаттардан декарттык координатка жана тескерисинче декарттык координаттардан ортогоналдык координаттарга өтүүгө мүмкүндүк берет.

Түйүндүү сөздөр: гравитация; конформдук чагылуу; Мухелишвилинин методу; чыңалуу; тазалоо камерасы; ийилчектик; тектоникалык күч.

**CALCULATION OF MASSIVE STRESSES AROUND CAMERA
WITH RECTANGULAR SECTION IN THE FIELD OF ACTION
OF GRAVITATIONAL AND TECTONIC FORCES**

E.B. Askarbekov, B. Zhumabaev, A.K. Zhamangapova

An analytical model of the stressed and deformed state of the rock masses around the cleaning chambers with a rectangular cross section with a 3:1 aspect ratio under the combined action of gravity force and horizontal tectonic compression using the Muskhelishvili method with the involvement of the conformal display of G.N. Savin was created and tested. The array stress model is represented by the sum of two stress fields. The system calculates the stresses in the camera outline and the arrays around the camera. The regularities of the distribution of stresses under the action

of the force of gravity and the tectonic compression $T_x = -20$ MPa, the depth of the chamber 200m are established. Calculations showed that boundary conditions are fulfilled with high accuracy, error is not more than 10-14. Stress distribution results for all components are presented as isolines. Using the capabilities of Matcad to calculate stress fields allows you to move from curved orthogonal coordinates to Cartesian coordinates and vice versa, without special difficulty.

Keywords: gravity; conformal mapping; Muskhelishvili method; stresses; cleaning chamber; elasticity; tectonic force

Модель напряженного состояния массивов пород вокруг очистной камеры с прямоугольным сечением [1] отыскивается в виде суммы полей напряжений:

$$\sigma_x^0 = \sigma_x^n + \sigma_x^k, \quad \sigma_y^0 = \sigma_y^n + \sigma_y^k, \quad \tau_{xy}^0 = \tau_{xy}^n + \tau_{xy}^k. \quad (1)$$

Напряжения с верхним индексом “ n ” – поле напряжений для полуплоскости $y \leq 0$, которое возникает при совместном действии гравитационных сил γ и горизонтальных тектонических сил [2]. Сила гравитации γ направлена вертикально вниз, т. е. вглубь массива земной коры. Напряжения с верхним индексом “ k ” обозначают поля напряжений, которые возникают в камере с прямоугольным поперечным сечением в глубине H массива горных пород. Первое поле напряжений является интегралом неоднородных дифференциальных уравнений равновесия [2] для полуплоскости $y \leq 0$:

$$\frac{\partial \sigma_x^n}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^n}{\partial y} + \rho_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^n}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^n}{\partial y} + \rho_y = 0, \quad (2)$$

где $\rho_x = 0$ – горизонтальные и вертикальные $\rho_y = \gamma = \rho g$ составляющие объемной силы; g – гравитационное ускорение; ρ – плотность горной породы; T_x – интенсивность горизонтальной тектонической силы. Интегралы от (2) имеют вид:

$$\sigma_x^n = A_1 * y + T_x; \quad \sigma_y^n = A_2 * y, \quad (3)$$

где $A_1 = \lambda \gamma$; $A_2 = \lambda \gamma$ – коэффициент бокового распора по Диннику [3]; тектоническая сила T_x направлена горизонтально [2, 4–9]; y – расстояние от границы дневной поверхности до рассматриваемой центра камеры. До возникновения камеры в глубине $y = -H$ массива имеет место начальное напряженное состояние массива:

$$S_x = -A_1 * H + T_x; \quad S_y = -A_2 * H; \quad S_{xy} = 0. \quad (4)$$

Влияние напряжений $\sigma_x^k, \sigma_y^k, \tau_{xy}^k$ вокруг камеры устанавливается путем решения граничной задачи для плоскости xoy с прямоугольным отверстием, форма которого моделируется с помощью отображающей функции:

$$z = \omega(\zeta); \quad \zeta = \rho e^{i\theta} * \omega(\zeta) = e^{i\delta} R[\zeta + \omega_0(\zeta)]; \quad \omega_0(\zeta) = \sum_{k=1}^5 d_k / \zeta^k, \quad (5)$$

где $1 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \theta \leq 2\pi, d_k (k = \overline{1,5})$ – параметры отображающей функции (5).

Параметры отображающей функции d_1, d_3, d_5 путем вариации их значений позволяют моделировать разнообразные формы сечения камер. В частности, при: $d_1 = 0,5; d_3 = -0,125; d_5 = -0,038; R = 1; \delta = \pi/2$ моделируем камеру с прямоугольным поперечным сечением с отношением сторон, равным 3:1 (рисунок 1). Вертикальное расположение камеры соответствует значению $\delta = \pi/2$, а горизонтальное – имеет место при $\delta = 0$. Распределение напряжений около отверстий, контуры которых моделируют сечение тоннелей путем вариации параметров функции (5), исследовано в работах [9–12].

Поле напряжений от расположения камеры: $\sigma_\rho^k, \sigma_\theta^k, \tau_{\rho\theta}^k$ в массиве в преобразованной системе координат (5), где начальное напряженное состояние в центре возникновения камеры характеризуется компонентами S_x, S_y, S_{xy} в (4), будет определено из граничных условий:

$$[R\Gamma \sigma + \varphi(\sigma)] + [R\overline{\Gamma} + \overline{\varphi'(\sigma)}] * [\omega(\sigma) / \omega'(\sigma)] + [R\overline{\Gamma}'\sigma + \overline{\psi(\sigma)}] = 0; \quad (6)$$

$$[R\overline{\Gamma}\sigma + \overline{\varphi(\sigma)}] + [R\Gamma + \varphi'(\sigma)] * [\overline{\omega(\sigma)} / \omega'(\sigma)] + [R\Gamma'\sigma + \psi(\sigma)] = 0. \quad (7)$$

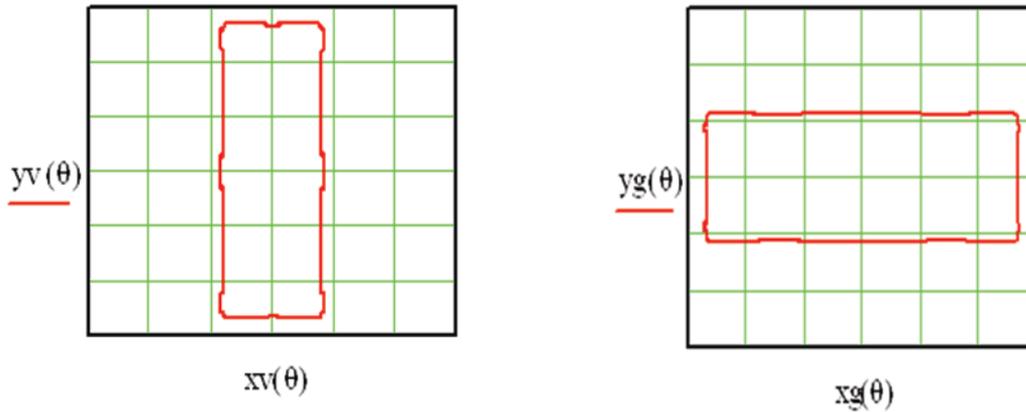


Рисунок 1 – Вертикальное и горизонтальное расположение камеры

Величина напряжений S_x, S_y, S_{xy} в центре воображаемой камеры может быть измерена методом “разгрузки”, например, как в работах [5–8], в натуральных условиях. К сожалению, такое измерение возможно лишь в редких случаях.

Для отношений в (6) и (7) имеет место разложение:

$$\frac{\bar{\omega}(\sigma)}{\omega(\sigma)} = e^{-2i\delta} [f_1(\sigma) + f_2(\sigma)]; \quad \frac{\omega(\sigma)}{\bar{\omega}(\sigma)} = e^{2i\delta} [f_3(\sigma) + f_4(\sigma)], \quad (8)$$

где $f_1(\sigma) = b_5\sigma^5 + b_3\sigma^3 + b_1\sigma$; $f_2(\sigma) = \frac{q_5\sigma^5 + q_3\sigma^3 + q_1\sigma}{\sigma^6 - d_1\sigma^4 - 3d_3\sigma^2 - 5d_5}$;

$$f_3(\sigma) = \frac{q_5\sigma^6 + q_3\sigma^4 + q_1\sigma^2}{1 - d_1\sigma^2 - 3d_3\sigma^4 - 5d_5\sigma^6}; \quad f_4(\sigma) = \frac{b_5}{\sigma^5} + \frac{b_3}{\sigma^3} + \frac{b_1}{\sigma}.$$

Постоянные b_k и q_k ($k = 1 \dots 5$) определяются через d_k в виде:

$$\begin{aligned} b_5 &= d_5; & q_5 &= 1 + 5d_5^2 + 4d_4^2 + 3d_3b_3 + 2d_2b_2 + d_1b_1; \\ b_3 &= d_3 + d_1d_5; & q_3 &= 5d_5b_3 + 3d_3b_1; \\ b_1 &= d_1 + 3d_3d_5 + d_1b_3; & q_1 &= 5d_5b_1. \end{aligned}$$

Соотношения (8) являются граничными значениями функций:

$$f_1(\zeta) = e^{-2i\delta} [b_5\zeta^5 + b_3\zeta^3 + b_1\zeta] \quad \text{при } |\zeta| \leq 1,$$

$$f_2(\zeta) = e^{-2i\delta} \frac{q_5\zeta^5 + q_3\zeta^3 + q_1\zeta}{\zeta^6 - d_1\zeta^4 - 3d_3\zeta^2 - 5d_5} \quad \text{при } |\zeta| \geq 1,$$

$$f_3(\zeta) = e^{-2i\delta} \left[b_0 + \frac{q_5\zeta^6 + q_3\zeta^4 + q_1\zeta^2}{1 - d_1\zeta^2 - 3d_3\zeta^4 - 5d_5\zeta^6} \right] \quad \text{при } |\zeta| \leq 1,$$

$$f_4(\zeta) = e^{-2i\delta} \left[\frac{b_5}{\zeta^5} + \frac{b_3}{\zeta^3} + \frac{b_1}{\zeta} \right] \quad \text{при } |\zeta| \geq 1.$$

Учитывая эти разделения выражений в (6) и (7), в зависимости от их области определения соответственно для внешнего и для внутреннего единичного круга значений интегралов типа Коши от всех шести слагаемых в (6) и (7), записываем в следующей форме:

$$J_1(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L [\phi_0(\sigma) + \Gamma R\sigma] \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -\phi_0(\zeta);$$

$$J_2(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left[\frac{\overline{\Gamma R}}{\sigma} + \overline{\psi_0(\sigma)} \right] \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -\frac{\overline{\Gamma R}}{\zeta};$$

$$J_3(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left[\overline{\phi_0(\sigma)} + \frac{\Gamma R}{\sigma} \right] \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -\frac{\Gamma R}{\zeta};$$

$$J_4(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left[\overline{\psi_0(\sigma)} + \overline{\Gamma R \sigma} \right] \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -\overline{\psi_0(\zeta)};$$

$$J_5(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left\{ \frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\overline{\omega'(\sigma)}} \left[\Gamma R + \overline{\phi_0'(\sigma)} \right] \right\} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -J_5(\zeta) + G_1(\zeta);$$

$$J_6(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left\{ \frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\overline{\omega'(\sigma)}} \left[\Gamma R + \overline{\phi_0'(\zeta)} \right] \right\} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = -J_6(\zeta) + G_2(\zeta).$$

Постоянные в граничных условиях сгруппированы:

$$N_1 = Re^{i\delta} (S_x + S_y) / 4; \quad N_2 = Re^{-i\delta} (S_y - S_x + 2iS_{xy}) / 2; \quad N_3 = \overline{N_1};$$

$$ca_1 = -N_1 d_1 - N_3; \quad ca_3 = -N_1 d_3; \quad ca_5 = -N_1 d_5;$$

$$Sb_1 = -N_4 d_1 - N_2; \quad Sb_3 = -N_4 d_3; \quad Sb_5 = -N_4 d_5.$$

Интегралы типа Коши от граничных условий в (6) и (7) имеют вид:

$$\varphi(\zeta) + G(\zeta) = A_0(\zeta); \quad \varphi'(\zeta) * \left[\overline{\omega(\zeta)} / \overline{\omega'(\zeta)} \right] + \psi(\zeta) - \overline{G}(\zeta) = B_0(\zeta); \quad (10)$$

$$G(\zeta) = \left[b_3 \overline{R_1} + 2b_4 \overline{R_2} + 3b_5 \overline{R_3} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-1} + \left[b_4 \overline{R_1} + 2b_5 \overline{R_2} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-2} + \left[b_5 \overline{R_1} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-3};$$

$$A_0(\zeta) = \sum_{k=1}^5 ca_k \zeta^{-k}; \quad B_0(\zeta) = \sum_{k=1}^5 sb_k \zeta^{-k}; \quad G(\zeta) = \left[b_3 \overline{R_1} + 2b_4 \overline{R_2} + 3b_5 \overline{R_3} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-1} + \left[b_4 \overline{R_1} + 2b_5 \overline{R_2} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-2} + \left[b_5 \overline{R_1} \right] * e^{2i\delta} \zeta^{-3}.$$

Вычисление (6) и (7) уравнения полностью определяют функции:

$$\phi(\zeta) = \Gamma R \zeta + \phi_0(\zeta); \quad \psi(\zeta) = \Gamma R \zeta + \psi_0(\zeta), \quad (11)$$

где

$$\phi_0(\zeta) = \frac{\overline{\Gamma R}}{\zeta} - \Gamma Re^{2i\delta} \left[\frac{b_3}{\zeta^5} + \frac{b_4}{\zeta^4} + \frac{b_3}{\zeta^3} + \frac{b_2}{\zeta^2} + \frac{b_1}{\zeta} \right] + a_1 \left(\frac{b_5}{\zeta^3} + \frac{b_4}{\zeta^2} + \frac{b_3}{\zeta} \right) * e^{2i\delta} - a_2 \left(\frac{2b_5}{\zeta^2} + \frac{2b_4}{\zeta} \right) * e^{2i\delta} - a_3 \frac{3b_5 e^{2i\delta}}{\zeta}, \quad (12)$$

$$\psi_0(\zeta) = -J_6(\zeta) + G_2(\zeta) - \frac{\Gamma R}{\zeta}. \quad (13)$$

Для определения пока не определенных коэффициентов a_1, a_2, a_3 или $\overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}$, уравнение (12) перепишем относительно этих постоянных в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_2}{\zeta^2} + \frac{a_3}{\zeta^3} + \dots + \frac{a_4}{\zeta^4} + \dots \left[\frac{b_3 \overline{a_1}}{\zeta^3} + \frac{b_4 \overline{a_1} + 2\overline{a_2} b^5}{\zeta^2} + \frac{(b_3 a_1 + 2a_2 b^4 + 3a_3)}{\zeta} \right] \\ & e^{2i\delta} = \frac{\overline{\Gamma R}}{\zeta} + \Gamma Re^{2i\delta} \left[\frac{b_5}{\zeta^5} + \frac{b_4}{\zeta^4} + \frac{b_3}{\zeta^3} + \frac{b_2}{\zeta^2} + \frac{b_1}{\zeta} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях ζ^k в правой и левой частях уравнения (14), получим систему линейных уравнений. Очевидно, что в (14) в правой части коэффициенты при ζ^{-k} ($k \geq 6$) равны нулю. Из этого следует, что $a_k = 0$ ($k \geq 6$). Кроме того, имеем в явной форме $a_4 = 0$, $a_5 = b_5 \Gamma Re^{2i\delta}$. Коэффициенты a_1, a_2, a_3 определяются из системы трех уравнений, которые вытекают из (14).

Составление системы линейных алгебраических уравнений для вычисления значений постоянных в нотациях Matcad [13] записываются просто относительно коэффициентов системы квадратной матрицы M и ее правой части M0:

$$\begin{aligned}
 M_{0,0} &= 1 & M_{0,1} &= 0 & M_{0,2} &= 0 & M_{0,3} &= -bp_3 & M_{0,4} &= 0 & M_{0,5} &= -3bp_5 \\
 M_{1,1} &= 1 & M_{1,0} &= 0 & M_{1,2} &= 0 & M_{1,3} &= 0 & M_{1,4} &= -2bp_5 & M_{1,5} &= 0 \\
 M_{2,0} &= 0 & M_{2,1} &= 0 & M_{2,2} &= 1 & M_{2,3} &= -bp_5 & M_{2,4} &= 0 & M_{2,5} &= 0 \\
 M_{3,0} &= \overline{-bp_3} & M_{3,1} &= 0 & M_{3,2} &= \overline{-3bp_5} & M_{3,3} &= 1 & M_{3,4} &= 0 & M_{3,5} &= 0 \\
 M_{4,0} &= 0 & M_{4,1} &= \overline{-2bp_5} & M_{4,2} &= 0 & M_{4,3} &= 0 & M_{4,4} &= 1 & M_{4,5} &= 0 \\
 M_{5,0} &= \overline{-bp_5} & M_{5,1} &= 0 & M_{5,2} &= 0 & M_{5,3} &= 0 & M_{5,4} &= 0 & M_{5,5} &= 1
 \end{aligned}$$

Коэффициенты для правой части полученных из (14) системы уравнений определяются:

$$MO_0 = ca_1, \quad MO_1 = ca_2, \quad MO_2 = ca_3, \quad MO_3 = \overline{MO_0}, \quad MO_4 = \overline{MO_1}, \quad MO_5 = \overline{MO_2}.$$

Решение этой системы имеет следующий вид: $R = M^{-1} * MO$. Для матрицы М обозначим:

$$\begin{aligned}
 b_{p4} &= b_4 \cdot e^{2i\delta} & b_{p3} &= b_3 \cdot e^{2i\delta} & b_{p2} &= b_2 \cdot e^{2i\delta} & b_{p1} &= b_1 \cdot e^{2i\delta} \\
 q_{p5} &= -q_5 \cdot e^{-2i\delta} & q_{p4} &= -q_4 \cdot e^{-2i\delta} & q_{p3} &= -q_3 \cdot e^{-2i\delta} & q_{p2} &= -q_2 \cdot e^{-2i\delta} \\
 q_{p1} &= -q_1 \cdot e^{-2i\delta} & q_{p0} &= -q_0 \cdot e^{-2i\delta} .
 \end{aligned}$$

Таким образом, задача создания математической модели напряженно-деформированного состояния породного массива вокруг камер с прямоугольным поперечным сечением решена. Теперь воспользуемся известными в [3] формулами вычисления напряжений:

$$\sigma_\rho + \sigma_\theta = 2[\Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)}];$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} = 2[\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\psi(\zeta)] \cdot \frac{\zeta^2 \omega'(\zeta)}{\rho^2 \omega'(\zeta)}.$$

Здесь обозначим:

$$\Phi(\zeta) = \frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}; \quad \psi(\zeta) = \frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}; \quad \Phi'(\zeta) = \frac{\phi''(\zeta)\omega'(\zeta) - \phi'(\zeta)\omega''(\zeta)}{\omega'(\zeta)^2}.$$

Разделение действительных частей от мнимых функций с комплексными аргументами в программной системе Matcad также выполняется без вмешательства людей автоматически на компьютере. Процессы расчета полей напряжений и построение поверхностей напряжений в Matcad также автоматизировано. Первый вариант расчета выполнен только при действии силы гравитации, когда камера расположена на глубине $y = 200$ м. В этом случае $S_x = -27$ МПа, $S_y = -54$ МПа. Во втором случае $S_x = -47$ МПа, $S_y = -54$ МПа, тектоническая сила $T_x = -20$ МПа. Для построения изолиний напряжений образованы векторы – столбцы чисел, которые состоят из координат точек: x, y и компонентов напряжений: $\tau_{\rho\theta}, \sigma_\theta, \sigma_\rho$, а также для главных нормальных напряжений σ_1, σ_2 , и максимальных касательных напряжений τ_{\max} (таблица 1):

$$\begin{aligned}
 \sum \theta(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \tau\rho\theta(\rho, \theta) \end{pmatrix} & \sum \tau\theta(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \sigma\theta(\rho, \theta) \end{pmatrix} & \sum \rho(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \sigma\rho(\rho, \theta) \end{pmatrix} \\
 \sum 1(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \sigma 1(\rho, \theta) \end{pmatrix} & \sum 2(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \sigma 2(\rho, \theta) \end{pmatrix} & \sum \tau m(\rho, \theta) &:= \begin{pmatrix} X(\rho, \theta) \\ Y(\rho, \theta) \\ \tau m(\rho, \theta) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Результаты расчета напряжений $\sigma_\theta, \sigma_\rho, \tau_{\rho\theta}, \tau_{\max}, \sigma_1, \sigma_2$ приведены в виде изолиний напряжений на рисунках 2–4.

Таблица 1 – Напряжения для контурных точек камеры при совместном действии силы гравитации тектонического сжатия

$\sigma_r(1,\theta)$	$\tau_{r\theta}(1,\theta)$	$\sigma_\theta(1,\theta)$	$\sigma_\theta(1,\theta)$
$1.776 \cdot 10^{-14}$	0	-95.288	-79.884
$-1.421 \cdot 10^{-14}$	$-1.177 \cdot 10^{-14}$	-99.554	-83.939
$-3.553 \cdot 10^{-15}$	$9.77 \cdot 10^{-15}$	-114.101	-97.943
$4.974 \cdot 10^{-14}$	$1.954 \cdot 10^{-14}$	-145.668	-129.181
$8.527 \cdot 10^{-14}$	$-2.069 \cdot 10^{-13}$	-221.402	-197.473
$4.619 \cdot 10^{-13}$	$5.4 \cdot 10^{-13}$	-334.801	-338.646
$-2.487 \cdot 10^{-13}$	$-6.004 \cdot 10^{-13}$	-369.857	-422.486
$-1.101 \cdot 10^{-12}$	$-5.036 \cdot 10^{-13}$	-165.894	-229.317
$-5.684 \cdot 10^{-14}$	$4.725 \cdot 10^{-13}$	-53.127	-101.051
0	$-2.265 \cdot 10^{-14}$	-14.292	-51.23
$-3.553 \cdot 10^{-14}$	$-7.461 \cdot 10^{-14}$	0.381	-30.343
$2.842 \cdot 10^{-14}$	$-2.043 \cdot 10^{-14}$	6.826	-20.485
$-3.553 \cdot 10^{-14}$	$-7.55 \cdot 10^{-15}$	10.137	-15.442
$2.132 \cdot 10^{-14}$	$-6.217 \cdot 10^{-15}$	12.152	-12.773
$1.421 \cdot 10^{-14}$	0	13.596	-11.39

Результаты расчета напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\theta\theta}$ приведены в виде изолиний напряжений на рисунках 5–7.

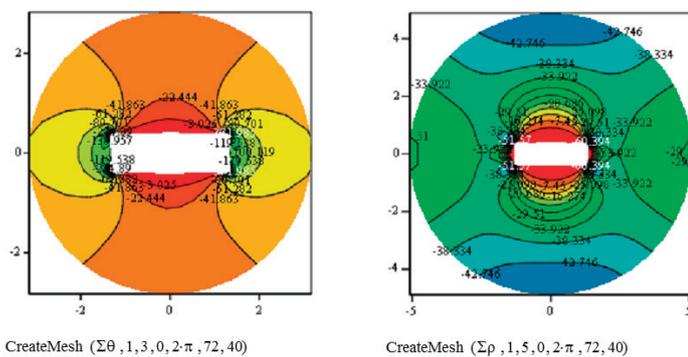


Рисунок 2 – Изолинии нормальных напряжений σ_θ, σ_r в (5) системе осей

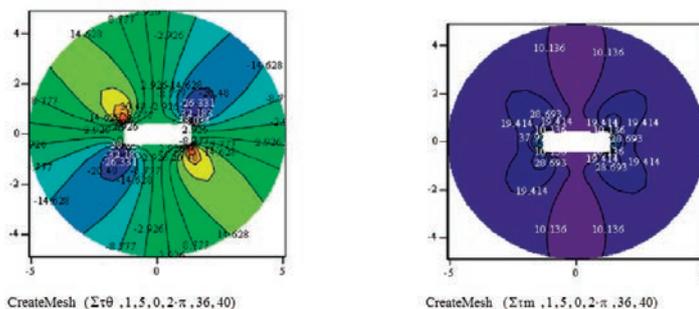


Рисунок 3 – Изолинии касательных напряжений $\tau_{r\theta}, \tau_{max}$

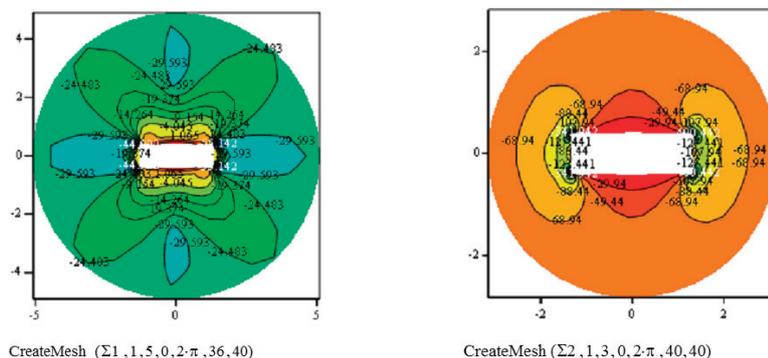


Рисунок 4 – Изолинии нормальных главных напряжений σ_1, σ_2

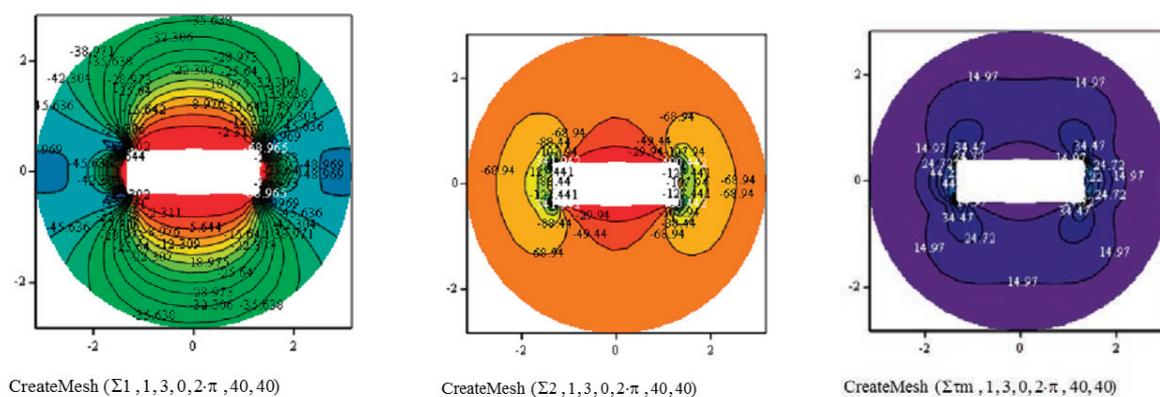


Рисунок 5 – Изолинии главных напряжений σ_1

Рисунок 6 – Изолинии главных напряжений σ_2

Рисунок 7 – Изолинии максимальных касательных напряжений

Литература

1. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. Киев: Наукова думка, 1968. 887 с.
2. Жумабаев Б. Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом / Б. Жумабаев. Фрунзе: Илим, 1988. 190 с.
3. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. М.: Наука, 1966. 707 с.
4. Динник А.Н. Распределение напряжений вокруг подземных выработок / А.Н. Динник // Тр. совещ. по управлению горным давлением. М.: Изд-во АН СССР, 1938. С. 7–55.
5. Напряженное состояние земной коры. М.: Наука, 1973. 186 с.
6. Крупенников Г.А. Распределение напряжений в породных массивах / Г.А. Крупенников, Н.А. Филатов, Б.З. Амусин, В.М. Барковский. М.: Недра, 1972. 144 с.
7. Курленя М.В. Теоретические основы определения напряжений в горных породах / М.В. Курленя, С.Н. Попов. Новосибирск: Наука. СО РАН, 1983.
8. Кутепов В.М. Результаты изучения естественных напряжений в массивах трещиноватых пород горных склонов / В.М. Кутепов // Вестник МГУ. Сер. Геология. 1966. № 6. С. 71–76.
9. Жумабаев Б. Расчет напряжений и деформаций массивов вокруг напорного туннеля трапециевидным сечением / Б. Жумабаев, Б.А. Ботоканова // European Journal of Technical and Natural Sciences. Vienna. 2018. № 3. С. 16–27.

10. *Жумабаев Б.* Моделирование и прогноз напряженного и деформированного состояния напорного туннеля треугольным сечением / Б. Жумабаев, Б.А. Ботоканова // Вестник науки и образования. М., 2018. № 6(42). Том 2. С. 88–97
11. *Баялиева Ж.А.* Моделирование и расчет напряженного и деформированного состояния напорных туннелей в массиве вблизи речного каньона / Ж.А. Баялиева, Б.А. Жумабаев // Естественные и технические науки. М., 2018. № 5. С. 108–118.
12. *Жумабаев Б.* Методика математического моделирования напряженного состояния вокруг напорного туннеля, расположенного в горном массиве / Б. Жумабаев, Б.А. Ботоканова // Естественные и технические науки. М., 2018. № 8 (122). С. 235–243.
13. *Кирьянов Д.* МАТСАД №14 в подлиннике / Д. Кирьянов. СПб.: БВХ-Петербург, 2007. 704 с.