

УДК 550.372

РОЛЬ ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ 2D ИНВЕРСИИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В.Е. Матюков, Е.А. Баталева

Проведено сравнение геоэлектрических моделей по профилю Ак-Суу с различными значениями параметра регуляризации, который играет важную роль при решении некорректно поставленной задачи функционала Тихонова. Выполнен мониторинг робастных невязок магнитотеллурических данных, получена надежная сходимость итераций инверсии и эффективный компромисс устойчивости решения обратной задачи.

Ключевые слова: магнитотеллурические данные; геоэлектрическая модель; обратная задача; регуляризация Тихонова; сходимость инверсии.

THE ROLE OF THE REGULARIZATION PARAMETER FOR THE EXECUTION OF 2D INVERSION OF MAGNETOTELLURICAL DATA

V.E. Matyukov, E.A. Bataleva

The article compares the geoelectrical models along the Ak-Suu profile with different values of the regularization parameter, which plays an important role in solving the ill-posed problem of the Tikhonov functional. The robust residuals of the magnetotelluric data are monitored, the reliable convergence of the inversion iterations and the effective compromise of the stability of the solution of the inverse problem are obtained.

Keywords: magnetotellurical data; geoelectrical model; inverse problem; Tikhonov regularization; convergence of the inversion.

В настоящее время одним из наиболее широко применяемых геофизических методов для изучения строения земной коры и верхней мантии является магнитотеллурическое (МТ) зондирование. Возникающая при этом обратная задача связана с построением геоэлектрических моделей, отражающих распределение электропроводности в земной коре на основе измерений импеданса МТ-поля на дневной поверхности в зависимости от координат пункта зондирования и частоты изменения электромагнитного поля. Понятия регуляризации решения и регуляризирующего оператора введены А.Н. Тихоновым. Под регуляризацией решения по Тихонову понимается построение семейства обратных операторов, зависящего от некоторого числового параметра, называемого параметром регуляризации. Каждый оператор семейства дает решение корректной задачи, причем при согласованном стремлении к нулю параметра и ошибки исходных данных, решение корректной задачи стремится к истинному решению соответствующей некорректной задачи [1–3].

Математическое выражение двумерной магнитотеллурической инверсии известно уже более 40 лет и впервые оно было представлено в работе [4]. Порядок выполнения процедуры инверсии можно описать следующим образом. Подбирается некая стартовая модель со случайными значениями электропроводности. Затем осуществляется решение прямой двумерной задачи, т. е. комплексного уравнения Гельмгольца с граничными условиями Дирихле, для этого применяется конечно-разностный метод, базирующийся на применении теоремы Грина [5]. В дальнейшем находятся производные значений амплитуд и фаз кажущихся сопротивлений, а также вещественных и мнимых частей типпера как функционалов электропроводности, а уже для подбора следующего приближения применяется метод Марквардта [6, 7].

Формулировка обратной задачи магнитотеллурического зондирования. Обратная задача магнитотеллурического зондирования состоит в определении геоэлектрической структуры Земли по найденной зависимости МТ и МВ-функций

отклика от местоположения на земной поверхности точек наблюдений (x, y) , частоты наблюдаемого ЭМ-поля. МТ и МВ инверсии сводятся к решению следующих операторных уравнений:

$$\begin{aligned} [Z\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] &= [\tilde{Z}(x, y, \omega)] \text{ а} \\ [W\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] &= [\tilde{W}(x, y, \omega)] \text{ б,} \end{aligned} \quad (1)$$

где $[Z], [W]$ – обратные операторы прямой задачи, зависящие параметрически от x, y, ω определяющие тензор импеданса и типпера по заданной электропроводности $\sigma(x, y, z)$; $[\tilde{Z}], [\tilde{W}]$ – измеренные на множестве точек (x, y) и множестве частот (ω) тензор импеданса и типпер с погрешностями δ_z и δ_w .

Электропроводность $\sigma(x, y, z)$, определяется из следующих условий:

$$\begin{aligned} \left\| [\tilde{Z}](x, y, \omega) - [Z\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] \right\| &\leq \delta_z \text{ а} \\ \left\| [\tilde{W}](x, y, \omega) - [W\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] \right\| &\leq \delta_w \text{ б} \end{aligned} \quad (2)$$

Обратная задача (1) включает МТ-инверсию (1а) и МВ-инверсию (1б) и решается в классе кусочно-однородных и кусочно-непрерывных моделей, которые возбуждаются плоской волной, вертикально падающей на земную поверхность $(z = 0)$. Инверсии в уравнениях (1) должны быть согласованы друг с другом. По результатам расчетов этих инверсий получается множество распределений $\tilde{\sigma}(x, y, z)$, значения невязок тензора импеданса и типпера которых не больше погрешностей исходных данных, δ_z и δ_w . Данное множество распределений $\tilde{\sigma}(x, y, z)$ является множеством Σ_δ подобных решений обратной задачи (1).

Метод Тихоновской регуляризации. Перед рассмотрением практических результатов выполненной двумерной инверсии рассмотрим вкратце теоретические основы метода Тихоновской регуляризации для решения обратной задачи МТЗ [1, 2]. Решение обратной задачи сводится к минимизации тихоновского регуляризирующего функционала $\Phi_\alpha(\sigma)$:

$$\Phi_\alpha\{\sigma[x, y, z]\} = I\{\sigma[x, y, z]\} + \alpha\Omega\{\sigma[x, y, z]\}, \quad (3)$$

где $I(\sigma)$ – функционал невязки; $\Omega(\sigma)$ – стабилизирующий функционал. Хотя исходная обратная задача (1) неустойчива, решение, полученное в результате минимизации Φ_α , является устойчивым к малым изменениям $[\tilde{Z}]$ и $[\tilde{W}]$. Стабилизация задачи происходит за счет того, что функционал $\Omega(\sigma)$ задает критерий отбора допустимых решений, тем самым сужая класс возможных решений.

Функционал невязки $I(\sigma)$ определяет невязку между модельными и экспериментальными значениями импеданса и типпера:

$$I\{\sigma(x, y, z)\} = g_z \left\| [\tilde{Z}] - [Z\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] \right\|^2 +$$

$$+ g_w \left\| [\tilde{W}] - [W\{x, y, z = 0, \omega, \sigma(x, y, z)\}] \right\|^2, \quad (4)$$

где g_z и g_w – вес магнитотеллурической и магнитовариационной инверсий. В нашем случае МТ и МВ-инверсии выполняются параллельно.

Структура стабилизирующего функционала $\Omega(\sigma)$ зависит от требований, предъявляемых к решению обратной задачи: требование плавности изменения результирующей электропроводности $\sigma(x, y, z)$, которое выполняется при минимизации функционала:

$$\Omega(\sigma) = \int_V \left\{ \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dy dz \quad (5)$$

или требование близости результирующей электропроводности $\sigma(x, y, z)$ к гипотетической модели $\sigma_0(x, y, z)$:

$$\Omega(\sigma) = \int_V \{ \sigma(x, y, z) - \sigma_0(x, y, z) \}^2 dx dy dz. \quad (6)$$

Вес стабилизирующего функционала задает параметр регуляризации τ . Величина τ определяет степень влияния стабилизирующего функционала на решение обратной задачи. При больших значениях параметра регуляризации происходит минимизация $\Omega(\sigma)$ и результирующая модель удерживается вблизи стартовой. При меньших значениях параметра регуляризации осуществляется минимизация $I(\sigma)$, соответственно, подавляется стабилизирующий эффект и результирующая модель может быть далека от точного модельного решения. Необходимо найти оптимальное значение τ , при котором достигается достаточно малая невязка решения.

Невязка решения (RMS) определяется по формуле:

$$RMS = \sqrt{\sum_k \frac{1}{n_k} \cdot \sum_k \left(\frac{1}{(\Delta_k)^2} \cdot \sum_{i=1}^{n_k} [d_i^{k,набл} - d_i^{k,расч}]^2 \right)}, \quad (7)$$

где k – инвертируемая компонента данных $(\rho_{TE}, \varphi_{TE}, \rho_{TM}, \varphi_{TM})$; $d_i^{k,набл}$ и $d_i^{k,расч}$ – наблюдаемые и рассчитанные данные; i – период; n_k – количество данных для компоненты k (количество периодов, количество пунктов наблюдения); Δ_k – погрешность определения компоненты k .

Параметр τ должен быть согласован с погрешностью исходных данных. Оптимальное значение τ ищется на основе итерационного перебора решений с соответствующими значениями невязок. Оптимальным будет значение τ , при котором невязка решения приближится к погрешности исходных данных.

2D-инверсия МТ-данных с помощью программы 2D-инверсии Rodi-Mackie [8]. В программе реализован алгоритм, использующий метод Тихонова для получения регуляризованного решения обратной задачи с помощью метода нелинейных

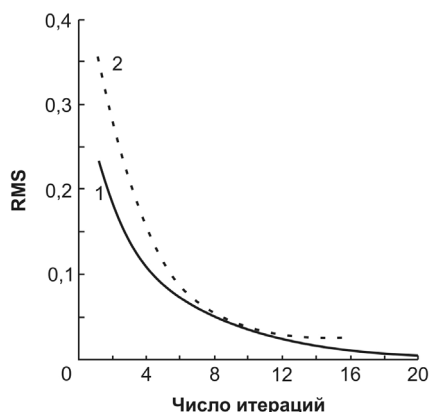


Рисунок 1 – Зависимость скорости сходимости от количества итераций для расчетной модели (1) и данных, полученных в полевых условиях (2)

сопряженных градиентов (NLCG). Алгоритм NLCG минимизирует целевую функцию, которая представляет собой сумму нормализованных невязок данных и сглаженности модели. На рисунке 1 показана скорость сходимости от количества итераций для расчетной модели и данных, полученных в полевых условиях. Поскольку компромисс между невязками данных и сглаженностью модели контролируется параметром регуляризации τ , то пользователь должен рассчитать несколько вариантов инверсий, используя различные значения τ , и затем определить то значение τ , которое даст самую сглаженную модель и малые невязки [9–11]. С реальными полевыми данными зачастую не удаётся достигнуть желаемых невязок. В этом случае необходимо выбрать такое значение τ , которое дает небольшие значения RMS и наиболее сглаженную модель.

Настройки инверсии. Выбор размеров строк и столбцов сетки модели для инвертируемого ансамбля МТ/МВ-данных в каждом случае производится с учетом расположения зондирований на профиле. Размеры ячеек по горизонтали зависят от шага зондирований, пункт зондирования располагается в центре ячейки, ширина соседних 10 ячеек увеличивается с шагом около 1.2–1.5, между пунктами наблюдений обычно размещается 3–5 ячеек (столбцов). Мощность слоёв (по строкам) увеличивается с глубиной с шагом около 1.2–1.5. Для локальных профилей размеры сетки составляют около 150 строк и 200 столбцов [12].

В инвертируемые ансамбли данных по локальным профилям, рассматриваемым в настоящей работе, входят ТМ и ТЕ мода и типпер, причём модуль и фаза импеданса по требованиям программы должны присутствовать вместе. Таким



Рисунок 2 – Схема района работ:
1 – Научная станция РАН; 2 – пункты МТЗ;
3 – населенные пункты; 4 – разломные структуры;
5 – флексурно-разрывная зона

образом, проверка амплитудных и фазовых кривых импеданса на выполнение дисперсионных соотношений и соответствующая отбраковка или коррекция, дополнительно обеспечивает внутреннюю непротиворечивость ансамбля инвертируемых данных. Диапазон периодов (количество декад), устанавливаемых для инверсии данных по локальным профилям, обычно ограничен максимальным значением $T = 2000$ сек. Однако с целью выделения интервала глубин разреза, в котором сохраняется высокая степень двумерности данных может быть ограничен $T = 100$ сек.

Заданием максимального числа итераций (МАХИТ) достигается баланс между снижением погрешности RMS, гладкостью модели и временем счёта. Хотя желаемое значение RMS может быть достигнуто за 20 итераций или меньше (рисунок 1), расчет наиболее гладкой модели требует длительной работы инверсии, до стабилизации целевой функции. Поэтому авторами было установлено значение МАХИТ = 200 с тем, чтобы не произошло остановки инверсии до получения сходимости модели.

В качестве примера рассмотрения роли параметра регуляризации на практике в работе приводятся модели 2D-инверсии для профиля Ак-Суу, расположенного на территории Бишкекского геодинамического полигона (рисунок 2).

Для того чтобы выбрать оптимальный параметр регуляризации, была выполнена 2D-инверсия с различными τ (1, 3, 10, 30 и т. д.) для 10 моделей. На рисунках 3–5 показаны некоторые результаты интерпретации с использованием различных параметров регуляризации, из которых явственно следует, насколько может измениться распределение геоэлектрических неоднородностей в интерпретационной модели при выборе параметра τ .

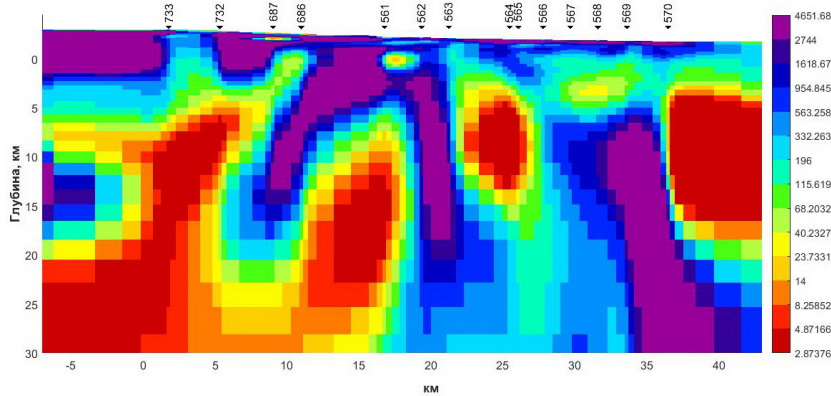


Рисунок 3 – Геоэлектрический разрез вдоль профиля Ак-Суу, построенный с помощью программ двумерной инверсии Rodi–Maskie с $\tau = 1$. Получен как результат совместной бимодальной инверсии всех компонент тензора импеданса (модули/фазы) и типпера (Re/Im). В верхней части рисунка показаны номера пунктов МТЗ. Шкала в черно-белой гамме – десятичный логарифм удельного электрического сопротивления в Ом·м

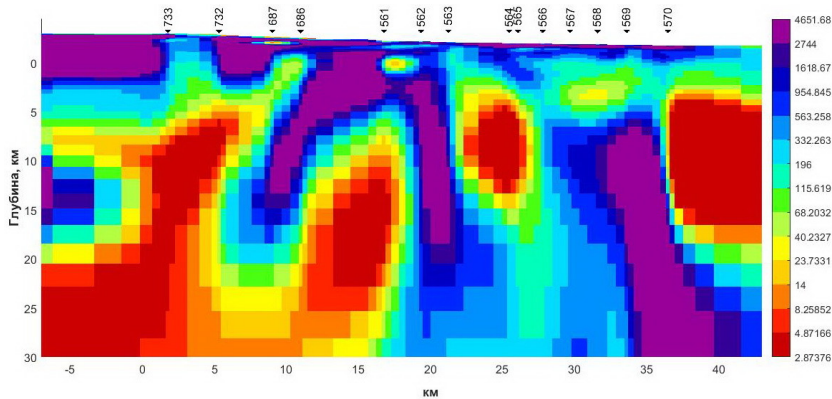


Рисунок 4 – Геоэлектрический разрез вдоль профиля Ак-Суу, построенный с помощью программ двумерной инверсии Rodi–Maskie с $\tau = 3$. Получен как результат совместной бимодальной инверсии всех компонент тензора импеданса (модули/фазы) и типпера (Re/Im). В верхней части рисунка показаны номера пунктов МТЗ. Шкала в черно-белой гамме – десятичный логарифм удельного электрического сопротивления в Ом·м

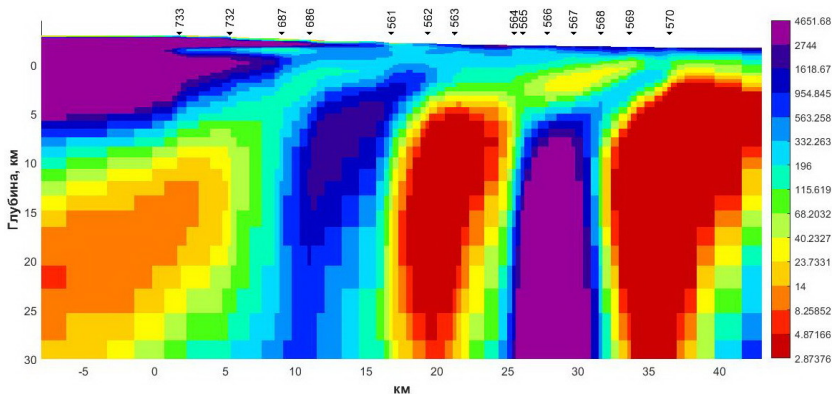


Рисунок 5 – Геоэлектрический разрез вдоль профиля Ак-Суу, построенный с помощью программ двумерной инверсии Rodi–Maskie с $\tau = 30$. Получен как результат совместной бимодальной инверсии всех компонент тензора импеданса (модули/фазы) и типпера (Re/Im). В верхней части рисунка показаны номера пунктов МТЗ. Шкала в черно-белой гамме – десятичный логарифм удельного электрического сопротивления в Ом·м

При малых значениях параметра регуляризации в модели наиболее четко отражены геоэлектрические структуры в верхней части разреза. При использовании $\tau = 3$ (рисунок 4) мы видим детальное распределение геоэлектрических неоднородностей не только в верхней части, но в целом в модели. Выбор больших значений τ (10 и выше) приводит к исчезновению детальности и к сглаживанию геоэлектрических объектов, т. е. к потере информативности (рисунок 5).

Таким образом, результаты 2D инверсии МТ-данных, полученных на территории Центрального Тянь-Шаня свидетельствуют, что использование параметра регуляризации $\tau = 3$ позволяет получить значительно более реалистичные и детальные геоэлектрические модели.

Представленные исследования осуществляются в рамках выполнения Государственного задания ФГБУН ИС РАН (Тема IX.128 01552018-0001).

Литература

1. Бердичевский М.Н. Модели и методы магнитотеллурики / М.Н. Бердичевский, В.И. Дмитриев. М.: Научный мир, 2009. 679 с.
2. Яновская Т.Б. Обратные задачи геофизики / Т.Б. Яновская, Л.Н. Порохова СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 214 с.
3. Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризация в геофизике / М.С. Жданов М.: Научный мир, 2007. 710 с.
4. Jupp D.L.B. Two-dimensional magnetotelluric inversion / D.L.B. Jupp, K. Vozoff // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1977. V. 50. P. 333–352.
5. Varga R.S. Matrix iterative analysis / R.S. Varga. Prentice-Hall, New Jersey. 1962.
6. Marquardt D.W. An algorithm for least-square inversion and its application to geophysical problems / D.W. Marquardt // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1963. V. 11. P. 431–441.
7. Marquardt D.W. Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation and nonlinear estimation / D.W. Marquardt // Technometrics. 1970. V. 12. P. 591–612.
8. Rodi W.L. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion / W.L. Rodi, R.L. Mackie // Geophysics. 2001. V. 66. P. 174–187.
9. Баталева Е.А. Опыт построения трехмерной геоэлектрической модели района Курайско-Чуйской системы впадин горного Алтая по данным электромагнитных зондирований / Е.А. Баталева, А.К. Рыбин, В.Ю. Баталев, Г.Г. Щелочков, И.В. Сафронов // Вестник КРСУ. 2006. Т. 6. № 3. С. 104–112.
10. Макаров В.И. Подвиг Тарима под Тянь-Шань, и глубинная структура зоны их сочленения: основные результаты сейсмических исследований по профилю MANAS (Кашгар – Сонкель) / В.И. Макаров, Д.В. Алексеев, В.Ю. Баталев, Е.А. Баталева, И.В. Беляев, В.Д. Брагин, Н.Т. Дергунов, Н.Н. Ефимова, Ж.Н. Кнапп, М.Г. Леонов, Л.М. Мунирова, А.Д. Павленкин, S.W. Roecker, Ю.В. Рослов, А.К. Рыбин, Г.Г. Щелочков // Геотектоника. 2010. № 2. С. 23–42.
11. Баталева Е.А. Результаты магнитотеллурических зондирований в западной части Таласо-Ферганского разлома / Е.А. Баталева, В.Ю. Баталев, В.Е. Матюков, А.К. Рыбин // Вестник КРСУ. 2013. Том 13. № 1. С. 53–57.
12. Рыбин А.К. Современная геодинамическая активность земной коры Северного Тянь-Шаня и опасные геологические процессы / А.К. Рыбин, Е.А. Баталева, М.Г. Леонов, Е.С. Пржиляговский, К.Ч. Кожоголов, О.В. Никольская, Э.М. Мамыров // Вестник КРСУ. 2016. Т. 16. № 3. С. 157–163.