

УДК 621.865.8:62-5

ПОСТРОЕНИЕ РОБАСТНО УСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТОМ ТИПА «ЦИКЛОН»

Ж. Шаршеналиев, Ж.Е. Жуматаева

Проведено исследование робастной устойчивости системы управления роботом типа “Циклон”, в качестве закона управления которой используется трехпараметрическое структурное отображение, а именно, катастрофа “гиперболическая омбилика”. Для анализа устойчивости применяются линейная аппроксимация и алгебраический критерий Гурвица.

Ключевые слова: устойчивость; робастность; катастрофа; критерий Гурвица; стационарное состояние; робот.

Синтез систем высокой точности в условиях неопределенности является классической проблемой теории управления. Основы решения этой проблемы были заложены в начале 1930-х гг. С тех пор было опубликовано большое количество работ, затрагивающих данную проблему. От проектировщика требуется, чтобы создаваемая им система функционировала надлежащим образом в широком диапазоне изменения неопределенных параметров. По мнению исследователей, система является робастной, если она обладает достаточной надежностью, грубостью и гибкостью [1].

В данной работе рассматривается применение элементов теории катастроф при построении робастно устойчивых систем, а именно задание в качестве закона управления трехпараметрического структурно-устойчивого отображения (катастрофы “гиперболическая омбилика”) для системы управления роботом типа “Циклон”.

Рассмотрим задачу стабилизации объекта, соответствующего, например, роботам типа “Циклон” [2]. Рука робота длиной L приводится в движение пневмоцилиндрами двойного действия через передаточный механизм с плечом l . В захвате руки робота находится груз неизвестной массы m (рисунок 1).

Уравнения плоского движения имеют вид

$$\ddot{\varphi} = 2PF l(m_1 L^2)^{-1} + f(\dot{\varphi}),$$

$$\dot{P} = -4P_{cp} F l(V_{cp})^{-1} \dot{\varphi} + 2RTg(V_{cp})^{-1}.$$

Здесь φ – угловое перемещение руки манипулятора; $m_1 = m + M/3$, где M – масса руки манипулятора; P – текущее значение давления в пневмоцилиндре; F – площадь поршня; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура

газа; V_{cp} – объем пневмоцилиндра; P_{cp} – среднее давление в пневмоциindre; g – массовый расход в полости цилиндров; $f(\dot{\varphi}) = -\alpha\dot{\varphi}$ – сила вязкого трения в исполнительном устройстве с неизвестным коэффициентом трения $\alpha > 0$.

Положим

$$x_1 = \varphi, x_2 = \dot{\varphi}, x_3 = P,$$

$$a_1 = 2F l(m_1 L^2)^{-1},$$

$$a_3 = 4P_{cp} F l(V_{cp})^{-1},$$

$$b = 2RT(V_{cp})^{-1}, u = bg.$$

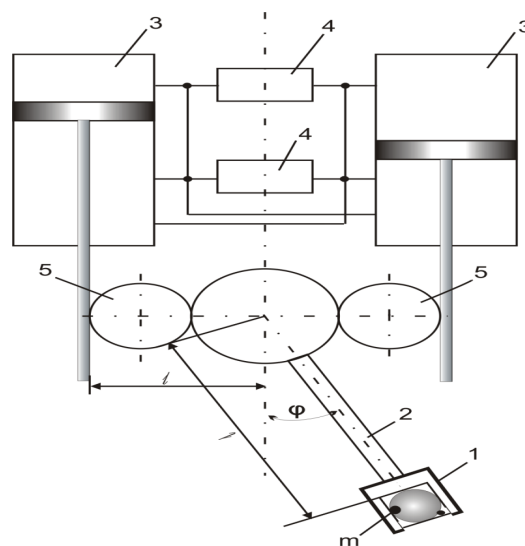


Рисунок 1 – Структурная схема робота “Циклон”: 1 – хват робота с грузом m ; 2 – рука манипулятора длиной L и массой M ; 3 – пневмоцилиндры двойного действия; 4 – распределительное устройство пневмоцилиндров; 5 – передаточный механизм с плечом l

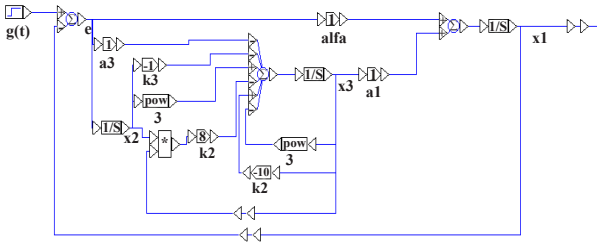


Рисунок 2 – Структурная схема системы (3), реализованная в VisSim

Тогда уравнения движения примут вид

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_1 x_3(t) - \alpha x_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = x_1(t) \\ \frac{dx_3(t)}{dt} = -a_3 x_1(t) + u(t) \end{cases} \quad (1)$$

Задача состоит в выборе такого управления $u(t)$ в классе функций катастроф “гиперболическая омбилика” [3], при котором

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_1(t)| + |x_2(t)| + |x_3(t)|) = 0 \quad (2)$$

для любых начальных значений переменных $x_i(t_0)$.

Отметим, что поставленная задача соответствует задаче о переносе неизвестного груза массой m из произвольного положения в начало координат в фазовом пространстве x_1, x_2, x_3 , т.е. в такое положение, в котором угловое перемещение, его скорость и давление равны нулю.

Выберем закон управления так, чтобы при любом изменении параметров a, a_1, a_3 удовлетворялось соотношение (2). Положим

$$u = -x_2^3 - x_3^3 - k_1 x_2 x_3 + k_2 x_3 + k_3 x_2.$$

Система уравнений (1) записывается в развернутой форме:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_1 x_3(t) - \alpha x_1(t) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1(t) \\ \frac{dx_3}{dt} = -a_3 x_1(t) - x_2^3 - x_3^3 - k_1 x_2 x_3 + k_2 x_3 + k_3 x_2. \end{cases} \quad (3)$$

Структурная схема системы (3), реализованная с помощью программного комплекса VisSim 6.0, представлена на рисунке 2.

Определим на основе уравнения (3) установившиеся состояния:

$$\begin{cases} a_1 x_{1S} - \alpha x_{1S} = 0 \\ x_{1S} = 0 \\ -a_1 x_{1S} - x_{2S}^3 - x_{3S}^3 - k_1 x_{2S} x_{3S} + k_2 x_{3S} + k_3 x_{2S} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Стационарные состояния системы (3):

$$x_{1S}^1 = 0, x_{2S}^1 = 0, x_{3S}^1 = 0; \quad (5)$$

$$x_{1S}^2 = 0, x_{2S}^2 = \pm \sqrt{k_3}, x_{3S}^2 = 0. \quad (6)$$

Исследование устойчивости стационарных состояний проводим на основе линейной аппроксимации [4, 5]. Для этого нелинейные члены в системе уравнений (3) разложим вокруг стационарных состояний (5), (6) и, ограничиваясь членами первого приближения, получим

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = -\alpha x_1 + a_1 x_3 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = x_1 \\ \frac{dx_3(t)}{dt} = -a_3 x_1 + [-3x_{2S}^2 - k_1 x_{3S} + k_3] x_2 + [-3x_{3S}^2 - k_1 x_{2S} + k_2] x_3. \end{cases} \quad (7)$$

Исследуем устойчивость стационарного состояния (5). Для этого случая система (7) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\alpha x_1 + a_1 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} = -a_3 x_1 + k_3 x_2 + k_2 x_3. \end{cases} \quad (8)$$

Получим условия устойчивости стационарных состояний (5), используя критерий Гурвица [6]. Для этого, построив матрицу и определители Гурвица, находим характеристическое уравнение системы (8):

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} -\alpha - \lambda & 0 & a_1 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ -a_3 & k_3 & k_2 - \lambda \end{pmatrix} =$$

$$= -\lambda^3 + (k_2 - \alpha)\lambda^2 + (\alpha k_2 - a_1 a_3)\lambda + a_1 k_3.$$

Соответствующая характеристическому уравнению матрица Гурвица имеет вид

$$\Delta = \begin{pmatrix} k_2 - \alpha & a_1 k_3 & 0 \\ -1 & \alpha k_2 - a_1 a_3 & 0 \\ 0 & k_2 - \alpha & a_1 k_3 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получаем условия устойчивости для системы (8) при стационарном состоянии (5):

$$\begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 > 0 \text{ или} \\ \Delta_3 > 0 \end{cases} \begin{cases} k_2 - \alpha > 0 \\ (k_2 - \alpha)(\alpha k_2 - a_1 a_3) + a_1 k_3 > 0 \\ a_1 k_3 [(k_2 - \alpha)(\alpha k_2 - a_1 a_3) + a_1 k_3] > 0. \end{cases} \quad (9)$$

Можно утверждать, что при положительных a, a_1 и a_3 стационарное состояние (5) будет устойчиво при выполнении условий:

$$\begin{cases} k_2 > \alpha \\ k_3 > 0. \end{cases} \quad (10)$$

При стационарном состоянии (6) система (7) примет вид

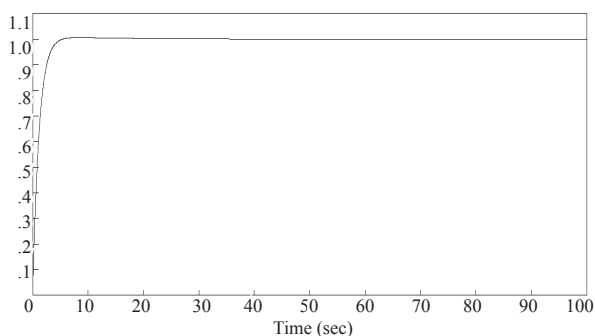


Рисунок 3 – Графики переходного процесса системы (3) при различных значениях параметров объекта

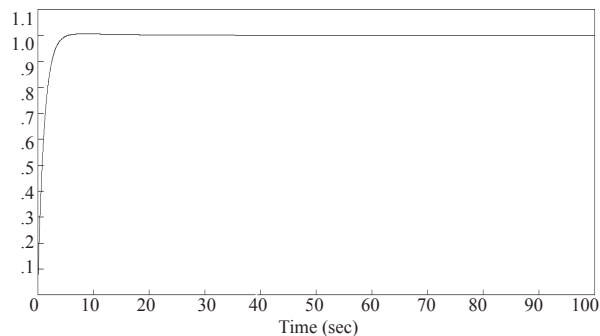


Рисунок 4 – Графики переходного процесса системы (3) при различных значениях параметров объекта

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -\alpha x_1 + a_1 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 \\ \frac{dx_3}{dt} = -a_3 x_1 - 2k_3 x_2 + (k_2 - k_1 \sqrt{k_3}) x_3 \end{cases} \quad (11)$$

Характеристическое уравнение системы (11) выглядит следующим образом:

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} -\alpha - \lambda & 0 & a_1 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ -a_3 & -2k_3 & k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \lambda \end{pmatrix} =$$

$$= -\lambda^3 + (k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha) \lambda^2 + [\alpha(k_2 - k_1 \sqrt{k_3}) - a_1 a_3] \lambda - 2a_1 k_3.$$

Соответствующая характеристическому уравнению матрица Гурвица имеет вид

$$\Delta = \begin{pmatrix} k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha & -2a_1 k_3 & 0 \\ -1 & [\alpha(k_2 - k_1 \sqrt{k_3}) - a_3] & 0 \\ 0 & k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha & -2a_1 k_3 \end{pmatrix}.$$

Получаем условия устойчивости для системы (11) при стационарном состоянии (6):

$$\begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 > 0 \\ \Delta_3 > 0 \text{ или} \\ \begin{cases} k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha > 0 \\ (k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha)[\alpha(k_2 - k_1 \sqrt{k_3}) - a_3] - 2a_1 k_3 > 0 \\ -2a_1 k_3 [(k_2 - k_1 \sqrt{k_3} - \alpha)(\alpha(k_2 - k_1 \sqrt{k_3}) - 2a_1 a_3)] > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

Ясно, что при положительных a , a_1 и a_3 стационарное состояние (6) будет устойчиво при выполнении условий

$$\begin{cases} k_2 - k_1 \sqrt{k_3} > \alpha \\ k_3 < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Из полученных условий (10) и (13) следует, что при фиксированных положительных значениях a , a_1 и a_3 система (3) становится устойчивой как при от-

рицательном, так и при положительном k_3 . Система, неустойчивая в одном из стационарных состояний (5) или (6), становится устойчивой в другом, и наоборот, что подтверждается результатами численного эксперимента, проведенного с помощью программного комплекса VisSim 6.0 (рисунки 3–4) [7].

Таким образом, можно сделать вывод, что введение в контур управления закона управления в форме катастрофы “гиперболическая омбилика” делает систему управления роботом типа “Циклон” робастно устойчивой в неограниченно широких пределах изменения параметров объекта a , a_1 , a_3 и устанавливаемых параметров регулятора. Полученные результаты подтверждаются графиками численного эксперимента, проведенного на основе программы-симулятора VisSim 6.0.

Литература

1. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп; пер. с англ. Б.И. Копылова. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. 832 с.: ил.
2. Бейсенби М.А. Системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости / М.А. Бейсенби, Б.А. Ержанов. Астана, 2002 164 с.
3. Томпсон Дж.М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике / Дж.М.Т. Томпсон; пер. с англ. М.: Мир, 1985. 254 с., ил.
4. Воронов А.А. Основы теории автоматического регулирования и управления: учеб. пособ. для вузов / А.А. Воронов и др. М.: Высшая школа, 1977.
5. Чаки Ф. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Ф. Чаки; пер. с англ. М.: Мир, 1975.
6. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. Изд-е 4-е, перераб. и доп. СПб.: Профессия, 2003. 753 с. (Серия “Специалист”).
7. Дьяконов В.П. VisSim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование / В.П. Дьяконов. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 384 с.: ил. (Серия “Полное руководство пользователя”).