

## АДАПТИВНЫЕ БУРОВЫЕ АГРЕГАТЫ С ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ.

## Часть 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

*А.Я. Пономарёв, А.А. Мясников*

Разработана математическая модель адаптивной электромеханической системы с тремя двигателями привода на базе уравнений Лагранжа второго рода.

*Ключевые слова:* уравнение Лагранжа; обобщенная координата; обобщенная сила; возможное перемещение.

Для электромеханических систем математическую модель наиболее рационально строить на базе уравнений Лагранжа второго рода [1]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k,$$

где  $q_k$  – обобщенная координата;  $\dot{q}_k = \frac{dq_k}{dt}$  – обобщенная скорость;  $T$  – кинетическая энергия системы, функция обобщенных координат и скоростей;  $k$  – индекс обобщенной координаты;  $Q_k$  – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате с тем же индексом.

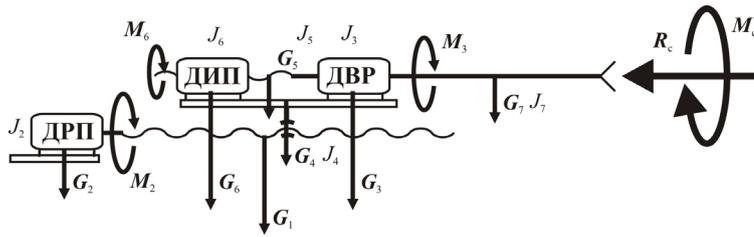


Рисунок 1 – Расчетная схема математической модели динамики системы

Обобщенные силы рационально определять по методу возможных перемещений [1], как коэффициент в выражении работы на возможном перемещении, соответствующем вариации обобщенной координаты:

$$\delta A_k = Q_k \delta q_k,$$

где  $\delta q_k$  – возможное перемещение соответствующее обобщенной координате  $q_k$ ;  $\delta A_k$  – работа на возможном перемещении.

Собственно уравнение Лагранжа в операторной форме определяет алгоритм построения уравнений динамики системы, в данном случае электромеханической. Число обобщенных координат соответствует числу степеней свободы, и, соответственно, динамика системы определится системой уравнений, равных числу степеней свободы.

Практически работу силы на возможном перемещении рационально определять как произведение: модуля силы  $F$ , возможного перемещения точки приложения силы  $\delta s_F$ , косинуса угла между ними  $\angle \bar{F}, \delta \bar{s}_F$ :

$$\delta A_F = F \delta s_F \cos(\angle \bar{F}, \delta \bar{s}_F).$$

Работа момента пары сил  $M$  на возможном угловом перемещении  $\delta \varphi$  определяется как произведение величин момента и возможного углового перемещения со знаком “+”, если направления совпадают, и знаком “-” в противном случае:

$$\delta A = M \delta \varphi.$$

Общая расчетная схема для создания математической модели динамики системы показана на рисунке 1.

За обобщенные координаты естественно принять углы поворота двигателей привода. Вес деталей и агрегатов адаптивного привода  $G_n$  приведен

в части 3 (см. статью в наст. сборнике),  $R_c$  – сила и  $M_c$  – пара сил, к которым приводится сопротивление горной породы внедрению инструмента при вращательном бурении. Вращательные моменты двигателей привода обозначены как:  $M_2$  для двигателя ДРП;  $M_3$  для двигателя ДВР;  $M_6$  для двигателя ДИП. В расчетах нижние индексы соотносят величины к соответствующей детали или агрегату.

В качестве первой обобщенной координаты  $q_2$  принимается угол поворота  $\varphi_2$  ротора двигателя ДРП (рисунок 2). Поворот ротора и жестко связанного с ним винта рабочей подачи на возможное перемещение  $\delta \varphi_2$  вызывает поступательно смещение каретки на величину

$$\delta s_2 = h_1 \delta \varphi_2,$$

где  $h_1$  – шаг подающего винта 1.

Работа на данном возможном перемещении определится следующими вычислениями:

$$\delta A_2 = M_2 \delta \varphi_2 + (G_2 + G_1) \cdot 0 + (G_7 + G_6 + G_5 + G_4 + G_3) \times \delta s_2 \cos(\pi/2) + R_{c2} \delta s_2 \cos(\pi),$$

$$\text{или } \delta A_2 = (M_2 - R_{c2} h_1) \delta \varphi_2,$$

где  $R_{c2}$  – составляющая силы сопротивления породы внедрению инструмента  $R_c$  при работе только двигателя ДРП, отсюда обобщенная сила определится формулой

$$Q_2 = M_2 - R_{c2} h_1.$$

Кинетическая энергия адаптивной системы при вращении ротора двигателя:

$$T_2 = \frac{1}{2} \left[ J_2 + J_1 + \frac{1}{g} (G_7 + G_6 + G_5 + G_4 + G_3) h_1^2 \right] \dot{\varphi}_2^2.$$

Второй обобщенной координатой  $q_2$  выбирается угол поворота двигателя ДВР  $\varphi_3$ :

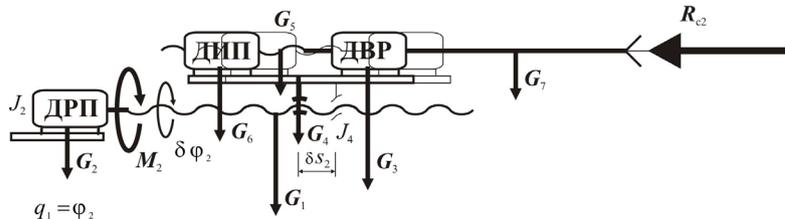


Рисунок 2 – Расчетная схема динамической модели при работе двигателя ДРП

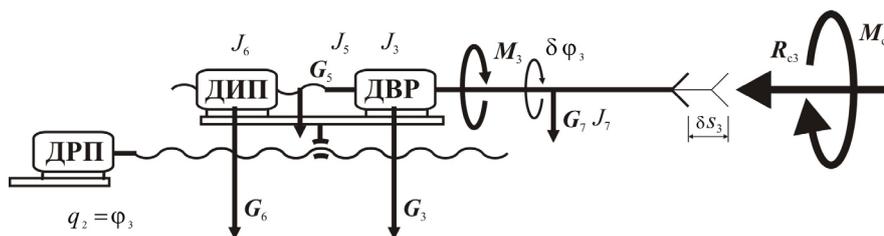


Рисунок 3 – Расчетная схема для динамической модели при работе двигателя ДВР

$$q_2 = \varphi_3.$$

Схема для составления уравнения динамики системы при работе двигателя ДВР показана на рисунке 3. При составлении уравнения остальные двигатели считаются остановленными. Поскольку ротор двигателя ДИП связан с валом передачей “винт-гайка”, то поворот ротора двигателя ДВР на угол  $\varphi_3$ , при неподвижном роторе ДИП, приведет к осевому перемещению штанги на величину:

$$s_3 = \pm h_6 \varphi_3,$$

где  $h_6$  – шаг “винта” ротора двигателя ДИП; знак выражения определяется типом нарезки винта по отношению к углу поворота ротора ДВР.

Работа на возможном перемещении  $\delta\varphi_3$  определится формулами

$$\delta A_3 = M_3 \delta\varphi_3 - M_{c3} \delta\varphi_3 \pm R_{c3} \delta s_3 + (G_7 + G_5) \delta s_3 \cos(\pi/2),$$

$$\text{или } \delta A_3 = (M_3 - M_{c3} \pm R_{c3} h_6) \delta\varphi_3,$$

где  $R_{c3}, M_{c3}$  – составляющие силы и момента сопротивления горной породы от работы двигателя ДВР.

Кинетическая энергия системы при работе двигателя ДВР определится формулой

$$T_3 = \frac{1}{2} \left[ J_7 + J_5 + J_3 + \frac{1}{g} (G_7 + G_5) h_6^2 \right] \dot{\varphi}_3^2,$$

где  $J_7$  – момент инерции штанги и инструмента;  $J_5$  – момент инерции шпинделя, общего вала двигателей ДВР и ДИП;  $J_3$  – момент инерции ротора двигателя ДВР.

Расчетная схема динамики адаптивной системы при работе двигателя ДИП представлена на рисунке 4.

При построении модели двигателя ДВР и ДРП считаются остановленными при работающем двигателе ДИП. В силу кинематики связи двигателей ДВР и ДРП с общим валом, описанной выше, по-

ворот ротора ДИП на угол  $\varphi_6$  при остановленном роторе ДВР приведет к тому, что вал не повернется, но переместится вдоль оси на величину

$$s_6 = h_6 \varphi_6.$$

Работа сил на возможном перемещении вала двигателя ДИП определится формулами:

$$\delta A_6 = M_6 \delta\varphi_6 \pm R_{c6} \delta s_6 + (G_7 + G_5) \delta s_6 \cos(\pi/2)$$

$$\text{или } \delta A_6 = (M_6 \pm R_{c6} h_6) \delta\varphi_6,$$

знак “+” или “-” определяется направлением винта и поворотом ротора ДИП.

Кинетическая энергия системы при работающем двигателе ДИП определится выражением

$$T_6 = \frac{1}{2} \left[ J_6 + \frac{1}{g} (G_7 + G_5) h_6^2 \right] \dot{\varphi}_6^2,$$

где  $J_6$  – момент инерции ротора двигателя ДИП.

Обобщение приведенных выше формул определяет динамику адаптивного привода вращательного бурения следующими уравнениями:

$$\tilde{J}_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = Q_2,$$

$$\tilde{J}_3 \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} = Q_3,$$

$$\tilde{J}_6 \frac{d^2 \varphi_6}{dt^2} = Q_6,$$

где  $Q_2 = M_2 - R_{c2} h_1$ ;

$$Q_3 = M_3 - M_{c3} \pm R_{c3} h_6;$$

$$Q_6 = M_6 \pm R_{c6} h_6;$$

$$\tilde{J}_2 = J_2 + J_1 + \frac{1}{g} (G_7 + G_6 + G_5 + G_4 + G_3) h_1^2;$$

$$\tilde{J}_{3,6} = J_7 + J_5 + J_3 + \frac{1}{g} (G_7 + G_5) h_6^2;$$

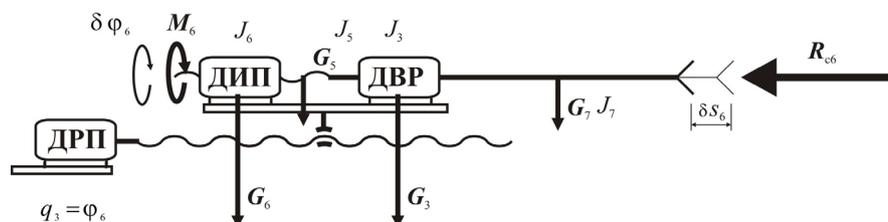


Рисунок 4 – Расчетная схема динамики системы при работе двигателя ДИП



Рисунок 5 – Электрический дифференциал ВПС

$$\tilde{J}_6 = J_6 + \frac{1}{g} (G_7 + G_5) h_6^2;$$

$$R_c = R_{c2} + R_{c3} + R_{c6};$$

$$M_c = M_{c3}.$$

При рабочих установившихся режимах угловые ускорения роторов двигателей будут равны 0. Для данного режима система преобразуется к виду:

$$R_c = \frac{M_2}{h_1} \pm \frac{M_3 - M_{c3} \pm M_6}{h_6},$$

$$M_c = M_3 \pm R_{c3} h_6.$$

**Идентификационный привод подачи.** Для стабилизации нагрузки в режиме идентификации физико-механических свойств разрушаемых пород и принудительной подачи при работе привода подачи и привода вращения на общий вал, обмотки статора асинхронного короткозамкнутого двигателя, как привода гайки подачи, встроенной в его ротор, и статора асинхронного короткозамкнутого двигателя вращателя рабочего инструмента со встроенной в его ротор шлицевой втулкой, включены пофазно-последовательно. Подобная схема соединения асинхронных двигателей называется электрическим дифференциалом (рисунок 5). При этом существенным является тормозной момент в гайке, образованный сопротивлением трения – качения её по ребордам рабочего винта. Также не учитывается и считается не существенным параметр трения–скольжения идентификационного винта в шлицевой втулке.

**Рабочий привод подачи.** В рабочем режиме автономной подачи и поиска оптимальных режимных параметров по заранее заданным критериям качества для стабилизации найденной оптимальной нагрузки также учитывается тормозной момент в гайке, образованный сопротивлением трения – качения её по ребордам рабочего винта. При этом не учитывается и считается не существенным параметр трения–скольжения рабочего стола (каретки)

по направляющим бурового станка. После найденных оптимальных технологических параметрах разрушения данной породы и определённой нагрузки привод вращения включается с помощью электрического дифференциала с рабочим приводом подачи в режим стабилизации рабочей нагрузки.

На время передачи начальных исходных данных для поиска оптимальных режимных параметров рабочего привода стабилизатор идентификационного привода подачи, выполненного также в виде электрического дифференциала, продолжает работать в режиме стабилизации определённой начальной нагрузки. После найденных начальных параметров в шадящем режиме идентификации физико-механических свойств разрушаемых пород и передачи их рабочему приводу электрический дифференциал идентификационного привода подачи отключается и включается рабочий привод подачи при заданных начальных параметрах от идентификационного привода в поисковый режим оптимальных параметров для данной разрушаемой породы согласно заданным критериям качества. При этом идентификационный привод подачи отключается. После найденных оптимальных режимных параметров рабочего привода подачи он включается электрическим дифференциалом с приводом вращения для стабилизации найденной оптимальной нагрузки.

Особенностью нагрузки является то, что её увеличение на одном из двигателей приводит к падению реактивного сопротивления на его обмотках и, следовательно, к падению напряжения на них. Но, поскольку два двигателя включены последовательно и суммарное напряжение на их обмотках должно быть равно напряжению сети, происходит перераспределение напряжений, т. е. в данном случае увеличение напряжения на обмотках второго двигателя. Следствием этого является уменьшение его скольжения, т. е. увеличение скорости вращения ротора.

Исходя из нормальной схемы замещения асинхронных двигателей для случая пофазно-последовательного включения их обмоток, можно записать следующие уравнения [1]:

$$\dot{U}_n = \dot{I} \cdot \left( \frac{z_n \cdot z_{pn}}{z_n + z_{pn}} \right);$$

$$\dot{U}_a = \dot{I} \cdot \left( \frac{z_b \cdot z_{pe}}{z_b + z_{pe}} \right);$$

$$\dot{U}_n + \dot{U}_a = \dot{U}_c,$$

где  $z_n$  – комплексное сопротивление обмотки статора двигателя подачи;  $z_a$  – комплексное сопротивление обмотки статора двигателя вращателя;  $z_{pn}$  – комплексное сопротивление обмотки ротора

двигателя вращателя;  $z_{p6}$  – комплексное сопротивление обмотки ротора двигателя подачи;  $\dot{U}_a, \dot{U}_n$  – напряжение, приложенное к статорной обмотке, соответственно двигателя подачи и вращения;  $\dot{U}_c$  – напряжение сети;  $\dot{I}$  – ток одной фазы статорной обмотки.

Комплексное сопротивление обмотки статора двигателя подачи

$$z_n = r_n + jx_n,$$

где  $r_n$  – активное сопротивление статорной обмотки двигателя подачи;  $x_n$  – реактивное сопротивление статорной обмотки двигателя подачи.

Комплексное сопротивление обмотки статора двигателя вращателя

$$z_a = r_a + jx_a,$$

где  $r_a$  – активное сопротивление статорной обмотки двигателя вращателя;  $x_a$  – реактивное сопротивление статорной обмотки двигателя вращателя.

$$z_{pn} = \frac{r_{pn}}{s_n} + jx_{pn},$$

где  $r_{pn}$  – активное сопротивление роторной обмотки двигателя подачи;  $x_{pn}$  – реактивное сопротивление роторной обмотки двигателя подачи;  $s_n$  – коэффициент скольжения ротора двигателя подачи относительно вращающегося поля статора.

$$z_{p6} = \frac{r_{p6}}{s_a} + jx_{p6},$$

где  $r_{p6}$  – активное сопротивление роторной обмотки двигателя вращателя;  $x_{p6}$  – реактивное сопротивление роторной обмотки двигателя вращателя;  $s_a$  – коэффициент скольжения ротора двигателя вращателя относительно вращающегося поля статора.

Зная распределение напряжений между обмотками статоров, можно записать уравнения электромагнитных моментов двигателей цепи подачи и вращения:

$$M_n = M(s_n) \cdot \varphi_n^2;$$

$$M_a = M(s_a) \cdot \varphi_a^2.$$

Получим пять уравнений, связывающих между собой электромагнитные параметры двигателей. Для решения их необходимо ещё одно уравнение, устанавливающее механическую связь между двигателями вращения и подачи.

Усилие подачи на резце [2]:

$$R_p = k_c \sigma_a a \sqrt{sF},$$

где  $k_c, a$  – постоянные для конкретных условий коэффициенты берутся из таблиц;  $\sigma_a$  – временное сопротивление горной породы сжатию, кг/мм<sup>2</sup>;  $s$  – подача резца, мм/об.

Крутящий момент на резце:

$$M_p = \sigma_a [\mu_c a \sqrt{sF} y_m + k_{ck} s (r - r_2) \cdot k_y y_n],$$

где  $y_m, y_n$  – плечи моментов сил, м;  $\mu_c, k_{ck}, k_y$  – коэффициенты берутся из таблиц;  $r, r_2$  – постоянные геометрические параметры резцов.

Обозначим постоянные для заданных условий выражения:

$$k_c \sigma_a a \sqrt{sF} = D;$$

$$\sigma_b \mu_c a F = E;$$

$$\sigma_b k_{ck} (r - r_2) k_y y_n = G;$$

тогда

$$R_p = D \sqrt{s}; \quad M_p = E \sqrt{s + G_s}. \quad (1)$$

Очевидно, что вращательный момент, приложенный к буровому шпинделю будет равен

$$M_u = M_{T.G.} + M_p.$$

Тормозной момент в гайке составит

$$M_{T.G.} = \frac{d_{cp}}{2} R_p [tg(\alpha + \rho)], \quad (2)$$

где  $\alpha, \rho$  – соответственно угол подъёма резьбы и угол трения винтовой пары;  $d_{cp}$  – средний диаметр винта.

Из уравнений (1)–(2) следует:

$$M_u = Ds^{1/2} \frac{d_{cp}}{2} [tg(\alpha + \rho)] + Es^{1/2} + G_s.$$

Обозначим

$$\frac{d_{cp}}{2} [tg(\alpha + \rho)] = K,$$

$$M_u = KD + E + G_s^{1/2}.$$

После преобразований получим:

$$M_u = -\frac{M_{п.п.р.}}{KD} (KD + E + G \frac{-M_{п.п.р.}}{ЛВ}),$$

где  $M_{п.п.р.}$  – момент двигателя подачи, приведённый к гайке.

Моменты на главном электродвигателе (вращателе) и двигателе подачи составят:

$$M_a = \frac{M_u}{\eta_a},$$

$$M_{п.} = \frac{M_{п.п.р.}}{\eta_{п.}},$$

где  $\eta_a, \eta_{п.}$  – КПД двигателя вращателя (главного) и соответственно двигателя подачи.

Тогда основное уравнение, связывающее моменты двигателей вращения и подачи, примет вид:

$$M_a \eta_a = \frac{-M_{п.} \eta_{п.}}{KD} (KD + EG \frac{-M_{п.} \eta_{п.}}{KD}).$$

#### Литература

1. Талько А.И. Применение электрического дифференциала для автоматизации горных электросвёрл / А.И. Талько, В.В. Габов, И.И. Марголин / Ленингр. горный ин-т им. Г.В. Плеханова // Горный журнал. 1979. № 1.
2. Крапивин М.Г. Расчёт усилий на резцах при сверлении шпуров / М.Г. Крапивин // Тр. Новочеркасск. политехн. ин-та. 1968. Т. 175.