

УДК 622.236

## РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

*Р.М. Султаналиева, А.Т. Конушбаева, И. Козубай*

Разрушение горных пород относится к числу основных технологических процессов горного производства и может осуществляться как направленно при воздействиях на горные породы какими-либо источниками энергии, так и вследствие изменений полей напряжений в недрах при ведении горных работ. В статье рассматривается аналитический подход определения работы разрушения крепких горных пород с учетом изменения их физико-механических свойств. Проведен математический анализ с применением метода разложения в ряд Тейлора в среде Матлаб. Устанавливается зависимость работы разрушения горных пород от температуры.

*Ключевые слова:* крепкие горные породы; работа разрушения; предел прочности; напряжения; деформация; температура; статическая нагрузка.

---

## ТЕҢ САЛМАКТА КҮЧ КЕЛТИРҮҮ МЕНЕН ТОО ТЕКТЕРИН БУЗУУ

*Р.М. Султаналиева, А.Т. Конушбаева, И. Козубай*

Тоо-кен өндүрүшүндө негизги технологиялык процесстердин катарына тоо тектерин бузуу да кирет, ал тоо тектерине кандайдыр бир энергиянын булактарынын таасири аркылуу же тоо иштерин жүргүзүүдө тоо тектериндеги чыңалууларды өзгөртүү менен ишке ашырылат. Макалада тоо тектеринин физикалык-механикалык касиеттерин эске алуу менен аларды бузууда аткарылган ишти аналитикалык жол менен аныктоо каралат. Матлаб чөйрөсүндө Тейлордун катарга ажыратуу методун колдонуу менен математикалык талдоо жүргүзүлдү. Тоо тектерин бузуу иштери температурадан көз каранды экендиги аныкталды.

*Түйүндүү сөздөр:* бекем тоо тектери; бузуу иши; бекемдик чени; чыңалуу; деформация; температура; тең салмакта күч келтирүү.

---

## DESTRUCTION OF ROCKS UNDER STATIC LOAD

*R.M. Sultanalieva, A.T. Konushbaeva, I. Kozubai*

The destruction of rocks is one of the main technological processes of mining production and can be carried out both directionally at impacts on rocks by any energy sources, and as a result of changes in stress fields in the depths during mining operations. The article discusses an analytical approach to determining the work of destruction of strong rocks, taking into account changes in their physical and mechanical properties. Mathematical analysis was performed using the Taylor expansion method in Matlab environment. The dependence of the work of the destruction of rocks on the temperature.

*Keywords:* strong rocks; work of destruction; tensile strength; stresses; deformation; temperature; external load.

Для снижения энергоемкости процесса разрушения пород наиболее перспективны комбинированные методы, при которых физическое воздействие используется для снижения прочности пород до величины, позволяющей осуществить эффективное механическое разрушение.

На эффекте снижения прочности некоторых пород в результате их локального нагрева, осно-

ваны термомеханические и электротермомеханические методы разрушения и бурения горных пород. Для определения прочности горных пород рассматривается поведение пород при статической нагрузке в одноосном напряженном состоянии.

Объектом исследования послужили образцы горных пород цилиндрической формы,

основание которых закреплено на плоскости  $xOy$  (рисунок 1).

На верхнем основании цилиндра в направлении оси  $z$  действуют сжимающие усилия интенсивностью  $P$ . Рабочий диапазон внешней нагрузки изменяется от минимального значения до 250 МПа, это связано с пределом прочности исследуемой горной породы [1, 2].

В декартовой системе координат, оси которой обозначим через  $x_1, x_2, x_3$ , деформированное тело занимает область  $V$ :

$$0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 2\pi, \quad 0 \leq z \leq h, \quad (1)$$

где  $h = 4$  см.

Компоненты тензора  $\varepsilon_{ij}$  и вектора  $u_{ij}$  связаны формулами Коши, которые имеют вид:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$\varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Видно, что  $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ , и, вообще говоря,  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ , поэтому тензор деформаций является симметричным по определению.

Тензор деформации для напряженно-деформированного состояния горной породы под действием внешней нагрузки  $P$ , определяется как

$$\varepsilon_{ij} = \frac{P}{E} \begin{pmatrix} \cos y & \frac{1}{2} \sin y(1-x) & 0 \\ \frac{1}{2} \sin y(1-x) & x \cos y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Поля перемещения точек для горной породы цилиндрического образца записываются в виде:

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z) &= u_x(x^0, y^0, z^0) + \omega_{12}(x^0, y^0, z^0) \cdot (y - y^0) + \\ &+ \omega_{13}(x^0, y^0, z^0) \cdot (z - z^0) + \frac{P}{E} x \cos y; \\ u_y(x, y, z) &= u_y(x^0, y^0, z^0) + \omega_{21}(x^0, y^0, z^0) \cdot (x - x^0) + \\ &+ \omega_{23}(x^0, y^0, z^0) \cdot (z - z^0) + \frac{P}{E} x \sin y; \end{aligned} \quad (3)$$

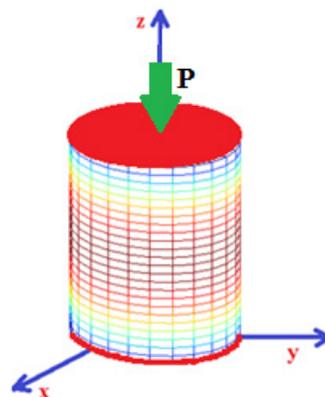


Рисунок 1 – Образец горной породы цилиндрической формы с внешней нагрузкой  $P$

$$\begin{aligned} u_z(x, y, z) &= u_z(x^0, y^0, z^0) + \omega_{31}(x^0, y^0, z^0) \cdot (x - x^0) + \\ &+ \omega_{32}(x^0, y^0, z^0) \cdot (y - y^0) + \frac{P}{E} \cdot z, \end{aligned}$$

где  $x^0, y^0, z^0$  – координаты начальной точки линии интегрирования.

Для  $x^0, y^0, z^0$  можно использовать координаты любой точки области  $V$ .  $u_x(x^0, y^0, z^0), u_y(x^0, y^0, z^0), u_z(x^0, y^0, z^0)$  – постоянные интегрирования, соответствующие параллельному переносу тела.

$$\omega_{ij}(x^0, y^0, z^0) = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{pmatrix}$$

– постоянные интегрирования, соответствующие жесткому повороту тела.

Параллельный перенос и жесткий поворот тела не оказывают влияния на деформации. Поэтому в уравнении (3) можно пренебречь тензором вращения  $\omega_{ij}$ .

Сжимающие усилия интенсивности  $P$  приводят к совершению работы разрушения горных пород составляющими точками. Перемещение точек меняется согласно формуле (3). Работа  $A$  расходуется на разрыв связей в породе, на прорастание трещин; и в конечном счете – на разрушение породы. Работа разрушения определяется для образцов горных пород до и после воздействия электромагнитных волн, в данном случае это воздействие переменного электрического тока. Работа рабочего тела определяется по формуле [3]:

$$A = \beta \sigma_{i,j} V_0 T - \sigma_{i,j}^2 V_0 / (2 Y_0), \quad (4)$$

где  $\beta$  – коэффициент объемного теплового расширения породы;  $T$  – среднее значение прироста (разности между температурой в объеме  $V_0$  и температурой окружающей породы) температуры в объеме  $V_0$ ;  $Y_0$  – объемный модуль упругости породы.

Объемный модуль упругости породы:

$$Y_0 = E / [3(1 - 2\mu)], \quad (5)$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Связь напряжения и деформации определяется по закону Гука [4]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} (-\mu \cdot \delta_{ij} \sigma_{kk} + (1 + \mu) \cdot \sigma_{ij}), \quad (6)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера (при  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 1$ ; при  $i \neq j$ ,  $\delta_{ij} = 0$ ).

Из формулы (6) определяется тензор напряжения в точке внутри объема горной породы:

$$\sigma_{i,j} = \frac{E_{i,j} + \mu \cdot \delta_{i,j} \cdot \sigma_{kk}}{1 + \mu}. \quad (7)$$

Чтобы определить работу разрушения горных пород в зависимости от температуры электромагнитного воздействия, решая совместно формулы (4) и (7), получим:

$$A = \beta \left( \frac{E_{i,j} + \mu \cdot \delta_{i,j} \cdot \sigma_{kk}}{1 + \mu} \right) V_0 T - \left( \frac{E_{i,j} + \mu \cdot \delta_{i,j} \cdot \sigma_{kk}}{1 + \mu} \right)^2 V_0 / (2 Y_0). \quad (8)$$

Тензоры напряжений, деформаций и перемещений, которые возникают под действием внешней нагрузки, определяются по формулам (2) и (3).

В приведенных ниже примерах, рассчитанных в системе Matlab, показаны эти преобразования. Как видно из формулы (8), зависимость работы разрушения горных пород от внешней нагрузки, имеет квадратичную зависимость, что подтверждается численными экспериментами в системе Matlab [5, 6]. Все расчеты и графики были получены с применением метода осреднения, который решается в программе Matlab:

$$\frac{du_x}{dx} = \frac{u_{x(j,i+1,k)} - u_{x(j,i-1,k)}}{x_{1(j,i+1,k)} - x_{1(j,i-1,k)}};$$

$$\frac{du_y}{dx} = \frac{u_{y(j,i+1,k)} - u_{y(j,i-1,k)}}{x_{1(j,i+1,k)} - x_{1(j,i-1,k)}};$$

$$\frac{du_z}{dx} = \frac{u_{z(j,i+1,k)} - u_{z(j,i-1,k)}}{x_{1(j,i+1,k)} - x_{1(j,i-1,k)}};$$

В случае  $i=1, i=n_1$ ,

$$dx = x_{1(j,i,k)} - x_{1(j,i-1,k)};$$

$$a = \left( \frac{x_{1(j,i,k)} - x_{1(j,i-1,k)}}{dx} \right)^2;$$

$$b = (a - \sqrt{a}) \cdot dx;$$

$$\frac{du_x}{dx} = \frac{(a-1) \cdot u_{1(j,i,k)} - a \cdot u_{1(j,i-1,k)} + u_{1(j,i-2,k)}}{b};$$

$$\frac{du_y}{dx} = \frac{(a-1) \cdot u_{2(j,i,k)} - a \cdot u_{2(j,i-1,k)} + u_{2(j,i-2,k)}}{b};$$

$$\frac{du_z}{dx} = \frac{(a-1) \cdot u_{3(j,i,k)} - a \cdot u_{3(j,i-1,k)} + u_{3(j,i-2,k)}}{b};$$

Если  $j=1, j=n_2$

$$\frac{du_x}{dy} = \frac{u_{x(j+1,i,k)} - u_{x(j-1,i,k)}}{x_{2(j+1,i,k)} - x_{2(j-1,i,k)}};$$

$$\frac{du_y}{dy} = \frac{u_{y(j+1,i,k)} - u_{y(j-1,i,k)}}{x_{2(j+1,i,k)} - x_{2(j-1,i,k)}};$$

$$\frac{du_z}{dy} = \frac{u_{z(j+1,i,k)} - u_{z(j-1,i,k)}}{x_{2(j+1,i,k)} - x_{2(j-1,i,k)}};$$

Если  $k=1, k=n_3$ ,

$$\frac{du_x}{dz} = \frac{u_{x(j,i,k+1)} - u_{x(j,i,k-1)}}{x_{3(j,i,k+1)} - x_{3(j,i,k-1)}};$$

$$\frac{du_y}{dz} = \frac{u_{y(j,i,k+1)} - u_{y(j,i,k-1)}}{x_{3(j,i,k+1)} - x_{3(j,i,k-1)}};$$

$$\frac{du_z}{dz} = \frac{u_{z(j,i,k+1)} - u_{z(j,i,k-1)}}{x_{3(j,i,k+1)} - x_{3(j,i,k-1)}};$$

Данный метод применяется для получения значения тензора деформации с использованием разложения в ряд Тейлора, кроме первого члена, все производные приравняется к нулю.

Расчеты произведены при значениях внешней нагрузки, равных:  $P = 30, 70, 110, 150, 190$  и  $230$  МПа.

Табличные значения предела прочности красного песчаника находятся в пределах  $30-266$  МПа [7].

Работа разрушения определена для трех одинаковых по объему образцов горной породы. Первый образец – контрольный (без нагрева, при комнатной температуре  $27^\circ\text{C}$ ), а второй и третий образец – под влиянием электромагнитного воздействия до температуры  $47$  и  $67^\circ\text{C}$  (рисунок 2).

Таблица 1 – Расчетные значения работы разрушения и напряжений для образца из песчаника

Горная порода	$P$ , МПа	$\sigma_x$ , МПа, тензор напряжения по оси $x$	$\sigma_y$ , МПа, тензор напряжения по оси $y$	$A$ , кДж, работа разрушения
Песчаник, при температуре 27° С	30	10,861	19,139	12,27
	70	19,572	50,428	44,18
	110	32,584	77,416	110,65
	150	39,143	110,857	176,68
	190	54,307	135,693	307,31
	230	65,169	164,831	442,5
Песчаник, при температуре 47° С	30	10,461	19,539	12,26
	70	18,472	51,528	44,176
	110	31,384	78,616	108,64
	150	33,043	116,957	172,66
	190	51,307	138,693	301,98
	230	62,369	167,631	438,45
Песчаник, при температуре 67° С	30	10,0919	19,9081	12,18
	70	16,724	53,276	44,166
	110	30,294	79,706	100,62
	150	32,953	117,047	166,64
	190	50,981	139,019	297,25
	230	61,996	168,004	422,44

С помощью генератора высоковольтного переменного напряжения задаются различные значения разности потенциалов, установленного на конце исследуемого образца горной породы. При прохождении переменного высоковольтного напряжения 2000, 2100 и 2300 В через образец, лазерный термометр регистрировал следующие значения температур:  $T_1 = 27$ ,  $T_2 = 47$  и  $T_3 = 67$  °С.

Были также определены основные параметры тензоров напряженно-деформированного состояния трехмерного образца: напряжения, деформации при различных значениях внешней нагрузки для фиксированной точки с известными координатами, результаты измерений приведены в таблице 1.

Для проведения численных и экспериментальных исследований был взят образец из песчаника, размер которого составил:  $h = 4$  см;  $d = 2$  см).

Физический механизм воздействия температуры следующий. Атомы, из которых состоит горная порода, совершают тепловые колебания в узлах кристаллической решетки с периодом

10–13 с. Под воздействием тепловых флуктуаций периодически происходит разрыв химических связей. Вероятность такого процесса сильно зависит от энергии теплового колебания и температуры  $T$ . При внешнем напряжении  $P = 0$ , энергия, необходимая для разрыва химических связей, будет равна энергии связи, что получило подтверждение в опытах по механическому разрушению твердых тел [8, 9].

Поскольку в состав пород входят различные минералы, имеющие различные значения тепловых параметров, электрических и магнитных характеристик, температуры фазовых переходов, то для некоторых пород достижение максимума предела прочности при сжатии  $P$  будет зависеть от температуры нагревания. Например, максимум  $P_{сж} = f(T)$  для песчаника наблюдается при  $T = 320–340$  К.

На графике (рисунок 2) видно, что с увеличением температуры работа разрушения горных пород уменьшается, что подтверждается теорией разрушения горных пород.

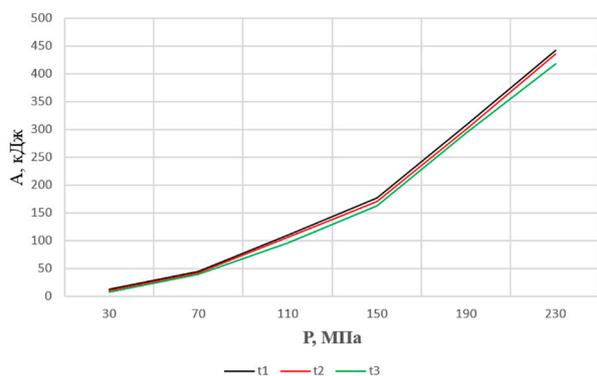


Рисунок 2 – График зависимости работы разрушения от внешней нагрузки песчаника при различной температуре ( $t_1 = 27$ ,  $t_2 = 47$  и  $t_3 = 67$  °C)

**Выводы.** 1. Из-за неодинакового значения коэффициентов теплового расширения и модуля упругости различных минералов, при изменении температуры на границах минеральных зерен возникают структурные термические напряжения. При достижении этими напряжениями предельных значений, происходит разрыв междоузерных связей, что приводит к разрушению горных пород.

2. С увеличением температуры работа разрушения горных пород уменьшается, что подтверждается теорией разрушения горных пород.

#### Литература

1. *Брылов С.А.* Исследование разрушения пород при одноосном сжатии и использование этого явления при горных работах: дис. ...д-ра техн. наук / А.С. Брылов. М.: МГИ, 1991. 380 с.
2. *Кичигин А.Ф.* Аналитические исследования механизма разрушения горных пород / А.Ф. Кичи-

- гин // Сб. науч. трудов КарПИ. Караганда, 1995. № 5.
3. *Диденко А.Н., Зверев Б.В.* СВЧ-энергетика / А.Н. Диденко, Б.В. Зверев. М.: Наука, 2000.
4. *Елисеев В.В.* Механика деформируемого твёрдого тела / В.В. Елисеев. СПб., 2006.
5. *Дьяконов В.П.* Matlab 6: учебный курс / В.П. Дьяконов. СПб.: Питер, 2011.
6. *Султаналиева Р.М.* Численные расчеты математического моделирования вращения конструкций в программной среде Matlab // Матер. межд. науч.-практ. конф. “Инновационная технология – основа инженерного творчества”, посв. 65-летию образов. Токмоцкого филиала КГТУ им. И. Раззакова. г. Токмок, 14 апреля 2017 г. / Р.М. Султаналиева, И. Козубай. Токмок, 2017. С. 136–141.
7. Горная энциклопедия. М.: Изд-во БСЭ, 1990.
8. *Трубецкой К.И.* Современные проблемы разрушения массивов горных пород / К.И. Трубецкой, С.Д. Викторов. М., 1987.
9. *Зильбершмидт М.Т.* Механизм изменения структурного состояния горных пород при внешнем воздействии / М.Т. Зильбершмидт // Физические процессы в горных породах: матер. Всесоюз. конф. М., 1994.
10. *Султаналиева Р.М.* Энергосберегающий способ измельчения крепких руд // Труды межд. научн. симп. “Неделя горняка-2015” / Р.М. Султаналиева, К.Т. Тажибаев. М.: Горная книга, 2015. № 12. С. 76–83.
11. *Султаналиева Р.М.* Определение удельной энергоёмкости разрушения строительных материалов / Р.М. Султаналиева, И. Козубай // Матер. межд. конф. “Science, Technology and Higher Education” Strategic Studies Institute. Канада (Вествуд), 2017.