

УДК 53:524.8 (575.2) (04)

## ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ: КОНФОРМНАЯ АНОМАЛИЯ И ВТОРАЯ ВЯЗКОСТЬ

**В. Н. Фоломеев** – канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.

An unified dark energy and dark matter model within the framework of a model of a continuous medium with conformal anomaly and bulk viscosity are considered. It was shown that a special choice of a bulk viscosity coefficient in the form of a power function is necessary to satisfy the observational data. Evolution of the model in the future was investigated at such conditions.

Открытое в последние годы ускоренное расширение современной Вселенной [1] стимулировало поиск моделей, способных объяснить такое ускорение. В настоящее время общепризнанной концепцией является модель темной энергии, представляющей собой субстанцию, у которой нарушены одно или несколько условий энергодоминантности [2]. Последнее и приводит к возникновению ускоренного расширения. Однако природа темной энергии остается загадкой до сих пор. Модели, предлагаемые для ее описания, с той или иной степенью точности укладываются в допускаемые наблюдениями рамки. Однако точности этих наблюдений в настоящий момент недостаточно для того, чтобы сделать однозначный выбор в пользу какой-либо одной из этих моделей [3].

Одним из популярных направлений при описании темной энергии является рассмотрение модифицированных теорий гравитации, когда вместо эйнштейновского лагранжиана берется некая, в общем случае нелинейная, комбинация инвариантов скалярной кривизны ( $f(R)$ -теория), инвариантов Римана, Риччи и т.д [4]. Получающиеся при этом гравитационные уравнения являются уравнениями более высокого порядка, чем уравнения Эйнштейна. Они могут быть переписаны в виде эйнштейновских уравнений с источником, образованным

членами с высокими производными (так называемая геометрическая темная энергия). Реализующееся в этом случае нарушение условий энергодоминантности гарантирует наличие стадии инфляционного расширения в современной Вселенной.

Однако имеется и другой способ нарушения условий энергодоминантности с помощью инвариантов кривизны. А именно, в инфляционной модели Старобинского [5] в качестве источника материальных полей использовались две компоненты усредненного тензора энергии-импульса:

$$8\pi G \langle T_i^k \rangle_1 = \frac{1}{M_c^2} \left[ 2R_i^k - 2\delta_i^k R_j^j - 2RR_i^k + \frac{1}{2}\delta_i^k R^2 \right], \quad (1)$$

$$8\pi G \langle T_i^k \rangle_2 = \frac{1}{H_c^2} \left[ R_i^k R_j^j - \frac{2}{3}RR_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R_m^m R_j^j + \frac{1}{4}\delta_i^k R^2 \right], \quad (2)$$

где  $M_c$  и  $H_c$  – параметры, зависящие от числа и типа конформно-ковариантных полей.

Выражение (1) может быть получено путем варьирования действия в  $f(R)$ -теории с лагранжианом  $L = R^2/6M_c^2$  (модифицированная теория гравитации). Выражение (2) – так называемая конформная аномалия – не может

быть получено из вариации лагранжиана. Оно появляется в модели при учете квантовых эффектов в сильно искривленном пространстве-времени. Как было показано в [6], в модели Старобинского имеются деситтеровские решения  $R = -12H_c^2$ . Указанные решения были использованы для описания инфляции в ранней Вселенной.

В данной статье нами рассматривается возможность получения инфляционных решений с помощью конформной аномалии в современной Вселенной. При этом отпадает необходимость в модификации ОТО, а гравитационные уравнения остаются уравнениями второго порядка.

### Уравнения и решения

Выбираем плоскую метрику в виде:

$$ds^2 = d\tau^2 - a(\tau)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (3)$$

Темная материя моделируется пылевидным веществом со второй вязкостью. При этом тензор вязкости есть

$$\tau_i^k = \mu u_i^l (\delta_l^k - u_l u^k) \quad (4)$$

с коэффициентом второй вязкости  $\mu$ . Беря свертку уравнений Эйнштейна и тензоров для конформной аномалии (2) и вязкости (4), будем иметь:

$$-R = \frac{1}{H_c^2} \left[ \frac{R^2}{3} - R_{ik} R^{ik} \right] + 8\pi G \left[ \varepsilon + 9\mu \frac{d \ln a}{d\tau} \right]. \quad (5)$$

Введем безразмерные кривизну  $\rho = H_0^{-2} R$  и время  $\theta = H_0 \tau$  ( $H_0$  – параметр Хаббла в настоящее время), а также безразмерную вязкость  $\lambda$ :

$$\mu = \varepsilon_* \lambda / H_0,$$

где  $\varepsilon_* = 3H_0^2 / 8\pi G$  – критическая плотность энергии. Тогда, вводя новую переменную

$$y = \left( a \frac{da}{d\tau} \right)^2$$

и учитывая, что

$$\rho = -\frac{3}{a^3} \frac{dy}{da}, \quad \rho_0 = \frac{3}{a^4} \left[ y - \frac{a}{2} \frac{dy}{da} \right],$$

можно переписать (5) в следующем виде:

$$\frac{dy}{da} = \frac{\Omega_{m0} + 9\lambda a \sqrt{y} - 6y^2/h^2 a^5}{1 - 3y/h^2 a^4}, \quad (6)$$

где учтено, что  $\varepsilon/\varepsilon_* = \Omega_{m0}/a^3$  и введен безразмерный параметр  $h = 3H_c^2/2H_0^2$ .

Вблизи эпохи рекомбинации ( $a \rightarrow 0$ ) модель должна проходить через пылевую стадию, что соответствует в наших переменных решению  $y = \Omega_{m0} a$ . Исходя из этого условия, можно найти изменение параметра вязкости  $\lambda$  с течением времени. А именно:

$$\lambda = \frac{\Omega_{m0}^{3/2}}{3h^2 a^{9/2}}. \quad (7)$$

Из уравнения (6) видно, что в случае отсутствия вязкости ( $\lambda = 0$ ) асимптотически при  $a \rightarrow 0$  решением (6) будет

$$y = \text{const} a^2,$$

что соответствует  $a \sim t$ , т.е. решение не пылевое. Таким образом модель только с учетом конформной аномалии и пылевой материи без вязкости не в состоянии адекватно описывать наблюдательные данные.

Для сопоставления с наблюдениями удобно переписать (6) через параметр Хаббла  $H = d \ln a / d\tau$  и параметр красного смещения  $z = 1/a - 1$ . Тогда (6) примет вид:

$$\begin{aligned} & -\frac{2H}{(z+1)^2} \frac{dH}{dz} + \frac{4H^2}{(z+1)^3} = \\ & = \frac{\Omega_{m0} + (3\Omega_{m0}^{3/2}/h^2)H(z+1)^{3/2} - (6/h^2)(H^4/(z+1)^3)}{1 - 3H^2/h^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

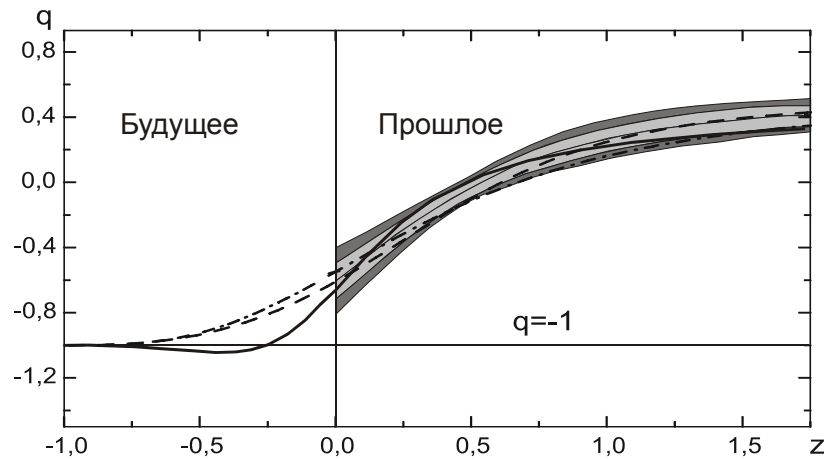
а соответствующий параметр замедления  $q$  будет:

$$q = -\left( 1 - \frac{(z+1)}{H} \frac{dH}{dz} \right).$$

Его эволюция представлена на рисунке (сплошная толстая линия). Для сравнения на рисунке также показана модель из [7] с коэффициентом второй вязкости

$$\lambda \sim \tanh\left(\frac{0.95}{H^2}\right) \quad (\text{штриховая линия}),$$

а CDM модель (штрихпунктирная линия). Как видно на рисунке, эволюция модели с учетом конформной аномалии в будущем отличается от двух других наличием определенного периода, когда она проходит через фантомную стадию и параметр замедления  $q$  становится меньше -1. Асимптотически ( $z \rightarrow -1$ ) все модели стремятся к миру де Ситтера.



Параметр замедления для нашей модели (сплошная толстая линия), модели с переменной вязкостью из [7] (штриховая линия),  $\Lambda$ CDM модели (штрихпунктирная линия). Центральная сплошная тонкая линия показывает наилучшее удовлетворение наблюдательным данным. Светло-серый контур представляет  $1\sigma$  уровень доверительности, темно-серый –  $2\sigma$  (данные взяты из [3]). Линия  $q = -1$  соответствует чистому  $\Lambda$  слагаемому.

В статье рассмотрена модель темной энергии на основе конформной аномалии и вязкой жидкости. Показано, что при учете только конформной аномалии без вязкости модель не в состоянии адекватно описывать наблюдательные данные от эпохи рекомбинации до настоящего времени. Включение второй вязкости позволяет удовлетворительно описывать эволюцию Вселенной на указанном интервале времени. При этом коэффициент второй вязкости становится степенной функцией масштабного фактора. Экстраполяция решения на будущее показывает (см. рисунок), что в такой модели будет иметь место стадия нарушения слабого условия энергодоминантности ( $p < -\epsilon$ ), что соответствует фантомной стадии эволюции Вселенной. Асимптотически ( $z \rightarrow -1$ ) модель выходит на мир де Ситтера.

#### Литература

1. Riess A. et al. // *Astroph J.* 116 1009 (1998), astro-ph/9805201; Perlmutter S.J. et al. // *Astroph J.* 517, 565 (1999), astro-ph/9812133.
2. Sahni V. and Starobinsky A.A. // *Int. J. Mod. Phys. D*9, 373 (2000); Sahni V. *Dark Matter and Dark Energy*, astro-ph/0403324; Dolgov A.D.

*Problems of Vacuum Energy and Dark Energy*, hep-ph/0405089.

3. Alam U., Sahni V., Starobinsky A.A. // *JCAP* 0406, 008 (2004), astro-ph/0403687.
4. Carroll S.M., Felice A. De, Duvvuri V., Eason D.A., Trodden M., Turner M.S. // *Phys.Rev. D*71, 063513 (2005); Capozziello S., Cardone V.F., Carloni S., Troisi A. // *Int. J. Mod. Phys. D*12, 1969 (2003); Folomeev V., Gurovich V. and Kleinert H. Geometric model of dark energy, astro-ph/0501209; Folomeev V., Gurovich V. and Tokareva I. // *Grav. Cosmol.* 12, 163 (2006), astro-ph/0701375; Nojiri S. and Odintsov S.D. Introduction to Modified Gravity and Gravitational Alternative for Dark Energy, hep-th/0601213; Hu W. and Sawicki I. Models of  $f(R)$  Cosmic Acceleration that Evade Solar-System Tests, astro-ph/0705.1158; Appleby S.A. and Battye R.A. Do consistent  $f(R)$  models mimic General Relativity plus  $\Lambda$ ?, astro-ph/0705.3199; Starobinsky A.A. Disappearing cosmological constant in  $f(R)$  gravity, astro-ph/0706.2041.
5. Starobinsky A.A. // *Phys. Lett. B* 91, 99 (1980).
6. Vilenkin A. // *Phys. Rev. D* 32, 25 (1985).
7. Folomeev V. and Gurovich V. Viscous dark fluid. Accepted for publication in *Phys. Lett. B*, arXiv:0710.0210 [astro-ph].