УДК 627.845 (575.2) (04)

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТЕПЛООТДАЧИ ТЕПЛА В ЗАТВОРАХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

А.П. Балянов– доцент,
О.А. Клепачева – аспирант

The application of the theory of similarity and dimensions process of heat emission in gates of hydraulic engineering constructions is analyzed.

Теплоотдачей называется процесс теплообмена между средами, разделенными отчетливой границей (твердая стенка – текучая среда). Исследуем процесс теплоотдачи в затворе гидротехнического сооружения, обтекаемого жидкостью. Имеется установившийся процесс перехода тепла от затвора заданной фиксированной формы к жидкости. Жидкость обтекает тело и на достаточно большом расстоянии от тела движется поступательно с постоянной скоростью v.

Пусть Φ есть количество тепла, отдаваемого телом в единицу времени. Предположим, что Φ определяется значениями следующих параметров: характерного размера l затвора, скоростью v жидкости вдали от тела, градиента температуры ΔC^0, равной разности температур затвора и жидкости вдали от затвора, причем предполагается, что температура затвора постоянная, теплоемкости C единицы объема жидкости и коэффициента теплопроводности λ.

В общем случае теплоотдачу Φ представим функциональной зависимостью:

$$\Phi = f(l;\ v;\ \Delta C^0;\ C;\ \lambda). \qquad (1)$$

В качестве основных единиц измерения выбираем для длины $[L]$, времени $[T]$, температуры $[C^\circ]$, массы $[M]$, количество тепла $[Q]$.

Поэтому размерности параметров зависимости (1) будут [1]:

$$[l] = [L];\ [v] = [LT^{-1}];\ [\Delta C^0] = [C^0];$$
$$[C] = [QL^{-3}C^{0\,-1}];\ [\lambda] = [QL^{-1}T^{1}C^{0\,-1}].$$

Все эти размерности не зависят от массы.

Из пяти определяющих размерных параметров можно образовать только одну независимую комбинацию $\Pi_2 = l\,v\,C\,\lambda^{-1}$.

Размерность $[\Phi]=[Q\ T^{-1}]$ и комбинация $[\Phi(\lambda\ l\ T)^{-1}]$ представляет собой безразмерную величину, равную: $\Pi_1=\Phi(\lambda\ l\ T)^{-1}$.

Следовательно теплоотдача Φ определяется выражением:

$$\Phi=\lambda\, l\, T\, (\, l\, v\, C\, \lambda^{-1}).$$

Это есть уравнение Релея.

Из уравнения следует, что расход тепла пропорционален градиенту температур ΔC^0 и имеет одно и то же значение при различных v и C, но при постоянном произведении $v \cdot C$.

С целью увеличения количества безразмерных параметров для планирования и проведения экспериментов целесообразно рассматривать задачу теплоотдачи при представлении температуры через размерность энергии.

Исходя из того, что в кинетической теории газов температура определяется как средняя кинетическая энергия молекул в хаотическом движении, принимаем размерность температуры как размерность энергии. Это позволяет считать основными единицами измерения в данной задаче длину $[L]$; время $[T]$ и массу $[M]$.

Тогда размерности теплоотдачи Φ и определяющих параметров будут:

$$[\Phi]=[M\,L^{2}\,T^{-3}];\ [l]=[L];\ [v]=[L\,T^{-1}];$$
$$[C]=[L^{-3}];\ [\lambda]=[L^{-1}\,T^{-1}];\ [\Delta\, C^\circ]=[M\,L^{2}\,T^{-2}].$$

На основе теории подобия и размерностей, принимая за независимые переменные *l, Δ C°, v* представим функцию (1) в критериальной форме, вычислив предварительно определитель, составленный из показателей степеней их размерностей [2]:

$$\begin{array}{c} \\ \Delta_0 = \end{array}\begin{array}{ccc} L & M & T \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{array} = -1 .$$

Следовательно, функцию (1) можно представить в критериальной форме:

$$\frac{\Phi}{T \cdot l^{x_1} \cdot \Delta C^{y_1} \cdot v^{z_1}} = \varphi\left[\frac{C}{l^{x_2} \cdot (\Delta C^0)^{y_2} \cdot v^{z_2}}; \frac{\lambda}{l^{x_3} \cdot (\Delta C^0)^{y_2} \cdot v^{z_3}}\right]. \quad (2)$$

На основе нулевых размерностей определим критерии подобия $П_1; П_2; П_3$. Значения $x_1; x_2; x_3; y_1; y_2; y_3; z_1; z_2; z_3$ установим из условия того, что входящие в (2) комплексы есть безразмерные величины.

$$П_1 = \frac{Q}{T \cdot l^{x_1} \cdot (\Delta C^0)^{y_1} \cdot v^{z_1}} = \frac{ML^2}{T^3 (L)^{x_1} (M \cdot L^2 \cdot T^{-2})^{y_1} (L \cdot T^{-1})^{z_1}} =$$

$$= M^{1-y_1} \cdot L^{2-x_1-2y_1-z_1} \cdot T^{3-2y_1-z_1} = 1$$

$$\begin{cases} 1 - y_1 = 0 \\ 2 - x_1 - 2y_1 - z_1 = 0 \\ 3 - 2y_1 - z_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 1 \\ z_1 = 1 \end{cases}$$

$$П_1 = \frac{\Phi \cdot l}{T \cdot \Delta C^0 \cdot v}; \quad (3)$$

$$П_2 = \frac{C}{l^{x_2} \cdot (\Delta C^0)^{y_2} \cdot v^{z_2}} = \frac{1}{L^3 \cdot (L)^{x_2} \cdot (M \cdot L^2 \cdot T^{-2})^{y_2} (L \cdot T^{-1})^{z_2}} =$$

$$= L^{3+x_2+2y_2+z_2} \cdot M^{y_2} T^{-2y_2-z_2} = 1$$

$$\begin{cases} y_2 = 0 \\ 3 + x_2 + 2y_2 + z_2 = 0 \\ -2y_2 - z_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_2 = 0 \\ x_2 = -3 \\ z_2 = 0 \end{cases}$$

$$П_2 = C \cdot l^3; \quad (4)$$

$$П_3 = \frac{\lambda}{l^{x_3} \cdot (\Delta C^0)^{y_3} \cdot v^{z_3}} = \frac{1}{L \cdot T (L)^{x_3} (M \cdot L^2 \cdot T^{-2})^{y_3} (L \cdot T^{-1})^{Z_3}} =$$

$$= L^{1+x_3+2y_3+z_3} \cdot M^{y_3} \cdot T^{1-2y_3-z_3} = 1$$

$$\begin{cases} 1 + x_3 + 2y_3 + z_3 = 0 \\ y_3 = 0 \\ 1 - 2y_3 - z_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 0 \\ z_3 = 1 \end{cases}$$

$$П_3 = \frac{\lambda \cdot l^2}{v}. \quad (5)$$

На основе взаимосвязи критериев подобия функцию (1) можно представить в виде:

$$П_l = \varphi[П_2\, П_3]. \quad (6)$$

Подставив значения критериев подобия в функцию (6) и представив ее как сплошной ряд, принимая во внимание только первый член ряда (1), имеем:

$$\frac{\Phi \cdot l}{T \cdot \Delta C^0 \cdot v} = \frac{C \cdot l^3 \cdot \lambda \cdot l^2}{v} = \frac{C \cdot \lambda \cdot l^5}{v}. \quad (7)$$

или $\dfrac{\Phi}{T \cdot \Delta C^0 \cdot v} = \dfrac{C \cdot \lambda \cdot l^4}{v}$

Потеря тепла за время *T* составляет:

$$\Phi = C \cdot \lambda \cdot l^4 \cdot \Delta C^0 \cdot T. \quad (8)$$

Анализ формулы (8) показывает, что процесс теплоотдачи в затворах ГТС пропорционален теплоемкости *C*, коэффициенту теплопроводности *λ*, градиенту температур *ΔC°* и зависит от геометрических размеров конструкции затворов l^4, т.е его периметра.

Литература

1. *Алабунаев П.М., Герониус В.Б.* Теория подобия и размерностей. Моделирование. – М.: Высшая школа, 1968. – 85 с.
2. *Гухман А.А.* Введение в теорию подобия. – М.: Высшая школа, 1972. – 270 с.