

УДК 537.523 (575.2) (04)

МОДЕЛЬ МИКРОВОЛНОВОГО НАГРЕВА КЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА  
С УЧЕТОМ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ

П.В. Козлов

Разработана теоретическая модель нагрева протяженного керамического цилиндра в микроволновой печи с учетом теплового излучения с поверхности. Проведен численный расчет характеристик нагрева керамического цилиндра из окиси алюминия с постоянной во времени подводимой мощности.

Ключевые слова: моделирование; микроволновой нагрев; керамические изделия; электромагнитное поле.

В настоящее время наблюдается большой интерес к вопросам моделирования теплофизических процессов нагрева керамических материалов микроволновым излучением [1–3]. Это объясняется потребностью практического получения и применения керамических изделий в науке, технике, быту.

В [1] показано, что тепловое состояние керамического цилиндра из окиси алюминия характеризуется осевой температурой  $T_{\max}$ , которая неоднозначно определяется заданием подводимой мощности микроволнового излучения  $Q_n$ . В плоскости  $(Q_n, T_{\max})$  совокупность стационарных состояний образует нелинейную зависимость  $T_{\max}(Q_n)$ . Каждому значению мощности микроволнового излучения соответствуют несколько стационарных состояний, образующих последовательность устойчивых (на ветвях с  $dT_{\max}/dQ_n > 0$ ) и неустойчивых ( $dT_{\max}/dQ_n < 0$ ) решений. Устойчивость тепловых состояний керамического цилиндра определяется из физических соображений по отношению к флуктуациям температуры.

В данной работе построена математическая модель микроволнового нагрева керамического цилиндра и выполнено последовательное сравнение особенностей процесса нагрева в условиях отсутствия и наличия теплового излучения с поверхности.

**Модель.** Рассматривается нестационарный нагрев протяженного керамического цилиндра вследствие диссипации мощности подводимой радиальной электромагнитной волны с компонентами  $\vec{E}(0; 0; E_z = E(r))\exp(i\omega t)$ ,  $\vec{H}(0; H_\phi = H(r); 0)\exp(i\omega t)$  и кондуктивным теплообмене цилиндра с окружающим неподвижным воздухом (рис. 1).

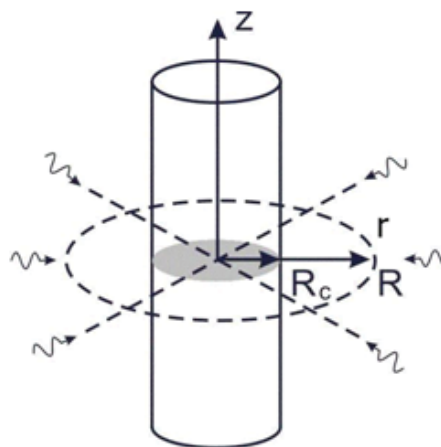


Рис. 1. Схема нагрева керамического цилиндра электромагнитным излучением радиального типа;  $R_c$  и  $R$  – радиусы цилиндра и микроволновой печи.

**Уравнения.** Описание процесса микроволнового нагрева керамического изделия проводится на основе решения нестационарного уравнения баланса энергии и приведенного волнового уравнения:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{2} \varepsilon_i \omega \varepsilon_0 E E^*; \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dE}{dr} \right) + k_0^2 (\varepsilon_r - i \varepsilon_i) E = 0,$$

здесь  $\rho$  – плотность;  $C_p$  – теплоемкость;  $\varepsilon_r = \text{Re}(\varepsilon_K)$ ,  $\varepsilon_i = \text{Im}(\varepsilon_K)$  – действительная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости;  $\lambda$  – теплопроводность;  $\omega$  – круговая частота;  $k_0 = \omega/c$ ,  $c$  – скорость света;  $E$  – напряженность электрического поля;  $E^*$  – комплексно-

сопряженное значение;  $r, \varphi, z$  – цилиндрические координаты.

**Начальные и граничные условия** ставятся для  $T$  и  $E$  в расчетной области  $0 \leq r \leq R$  в виде:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad 0 \leq r \leq R: T = T^0(r), \\ t > 0, \quad r = 0: dT/dr = 0; \quad dE/dr = 0; \\ r = R: T = T_R; \quad E = E_R(t), \end{aligned}$$

Значение  $E_R(t)$  определяется по заданной подводимой к цилиндру погонной мощности  $Q_n(t)$  электромагнитного поля. Учет теплового излучения с поверхности керамического материала реализуется заданием баланса потоков тепла на границе раздела двух сред (керамика-воздух) в следующем виде:

$$-\lambda T'(R_c - 0) = -\lambda_{air} T'(R_c + 0) + Q_r, \quad (2)$$

$$Q_r = \xi \sigma_0 (T_c^4 - T_R^4).$$

**Численное решение.** Дискретизация системы уравнений (1) проводится методом контрольного объема по пространственной переменной [4]. Дискретный аналог приведенного волнового уравнения решается на каждом временном шаге с применением метода исключения Гаусса. Для уравнения теплопроводности дискретный аналог представляет систему обыкновенных дифференциальных уравнений по времени для узловых значений температуры. В качестве внешнего параметра электродинамической задачи задается закон изменения мощности  $Q_n(t)$  подводимой радиальной электромагнитной волны.

**Результаты.** Проводится численный расчет процесса нагрева керамического цилиндра из окиси алюминия в поле электромагнитного излучения в неподвижном воздухе при атмосферном давлении:  $R_c = 15$  мм;  $R = 50$  мм;  $f = 30$  и  $100$  ГГц. Коэффициенты  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\lambda$ ,  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_i$  берутся из тех же источников, что и в работе [4].

Как было показано в [2] закон распределения температуры в цилиндре для стационарных тепловых состояний близок к линейному. Используя это приближение и точное решение стационарного уравнения теплопроводности в воздухе

$$S(r) = S(R_c) * \ln \frac{r}{R} / \ln \frac{R_c}{R},$$

где  $S(T) = \int_{T_R}^T \lambda_{air}(T) dT$  – вспомогательная функция, можно получить следующую оценку температурного перепада в керамическом материале

$$\Delta T = T_0 - T_c = (S_c \ln \frac{R}{R_c} + Q_r R_c) / 2\lambda \quad (3)$$

и диссипированной мощности микроволнового излучения

$$Q_d = 2\pi (S_c \ln \frac{R}{R_c} + Q_r R_c). \quad (4)$$

Расчет по формуле (3) показывает, что для алюминиевой керамики температурный перепад не превышает 50 К при нагреве до 2000 К микроволновым полем частотой 30 ГГц в отсутствие теплового излучения с поверхности цилиндра (рис. 2). С учетом излучения с поверхности температурный перепад больше чем на порядок и превышает 1000 К при температуре на оси цилиндра 2000 К. Соответственно на порядок увеличивается диссипированная мощность и, как следствие, необходимо также более чем на порядок увеличивать подводимую мощность микроволнового поля для нагрева керамики с учетом потерь на тепловое излучение.

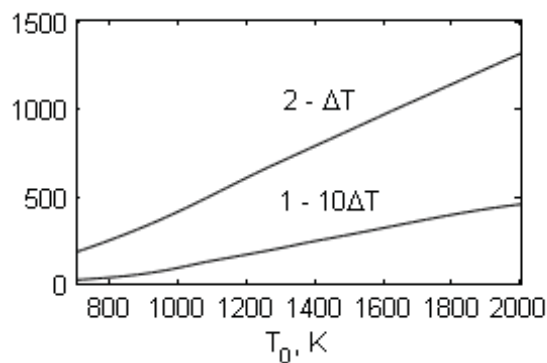


Рис. 2. Температурный перепад  $\Delta T = T_0 - T_c$  в керамике без учета (1) и с учетом (2) теплового излучения с поверхности цилиндра.

На рис. 3 приведены результаты расчета стационарных тепловых состояний для цилиндра. Знание характеристик стационарного микроволнового нагрева позволяет обоснованно выбрать величины подводимых мощностей для достижения нужных температур при нестационарном нагреве керамики. Так, при частоте 30 ГГц максимум подводимой мощности  $Q_{max} = 4,3$  кВт/м имеет место при  $T_0 = 1120$  К. Поэтому, задавая  $Q_n > Q_{max}$  получаем конечное время нагрева цилиндра до максимальной температуры  $T_0 = 2000$  К тем меньшее, чем больше величина подводимой мощности (рис. 4). При  $Q_n < Q_{max}$  в процессе нагрева имеет место выход на стационарный режим с температурой, определяемой зависимостью  $Q_n(T_0)$  (см. рис. 3). При частоте микроволнового поля 100 ГГц  $Q_{max} = 1,29$  кВт/м при температуре  $T_0 = 1210$  К.

Аналогичным образом идет процесс нагрева излучающей керамики, с той разницей, что

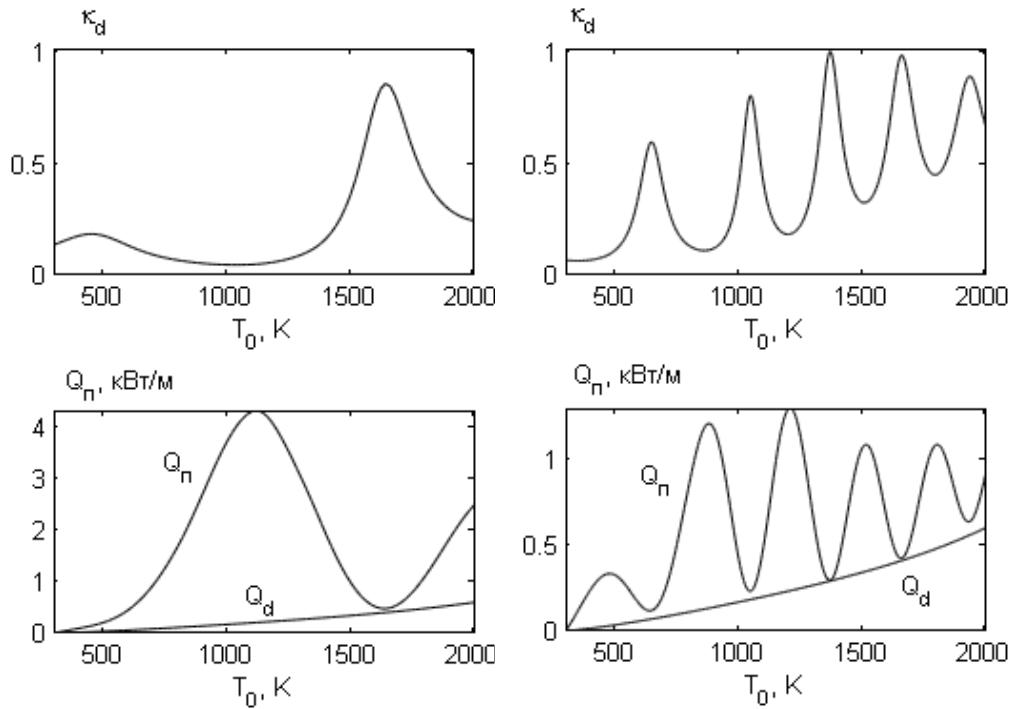


Рис 3. Коэффициент поглощения и подводимая мощность как функции температуры для стационарных тепловых состояний цилиндра,  $f=30$  (слева) и 100 ГГц.

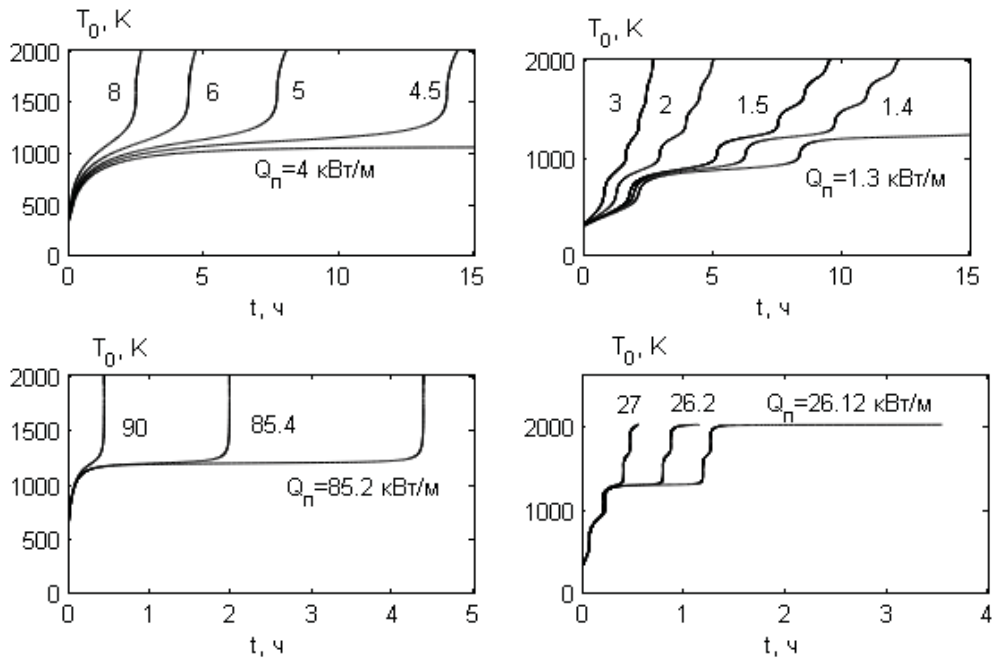


Рис 4. Динамика изменения температуры на оси цилиндра в зависимости от величины подводимой мощности без учета (верхний ряд) и с учетом теплового излучения с поверхности цилиндра (нижний ряд);  $f=30$  (слева) и 100 ГГц.

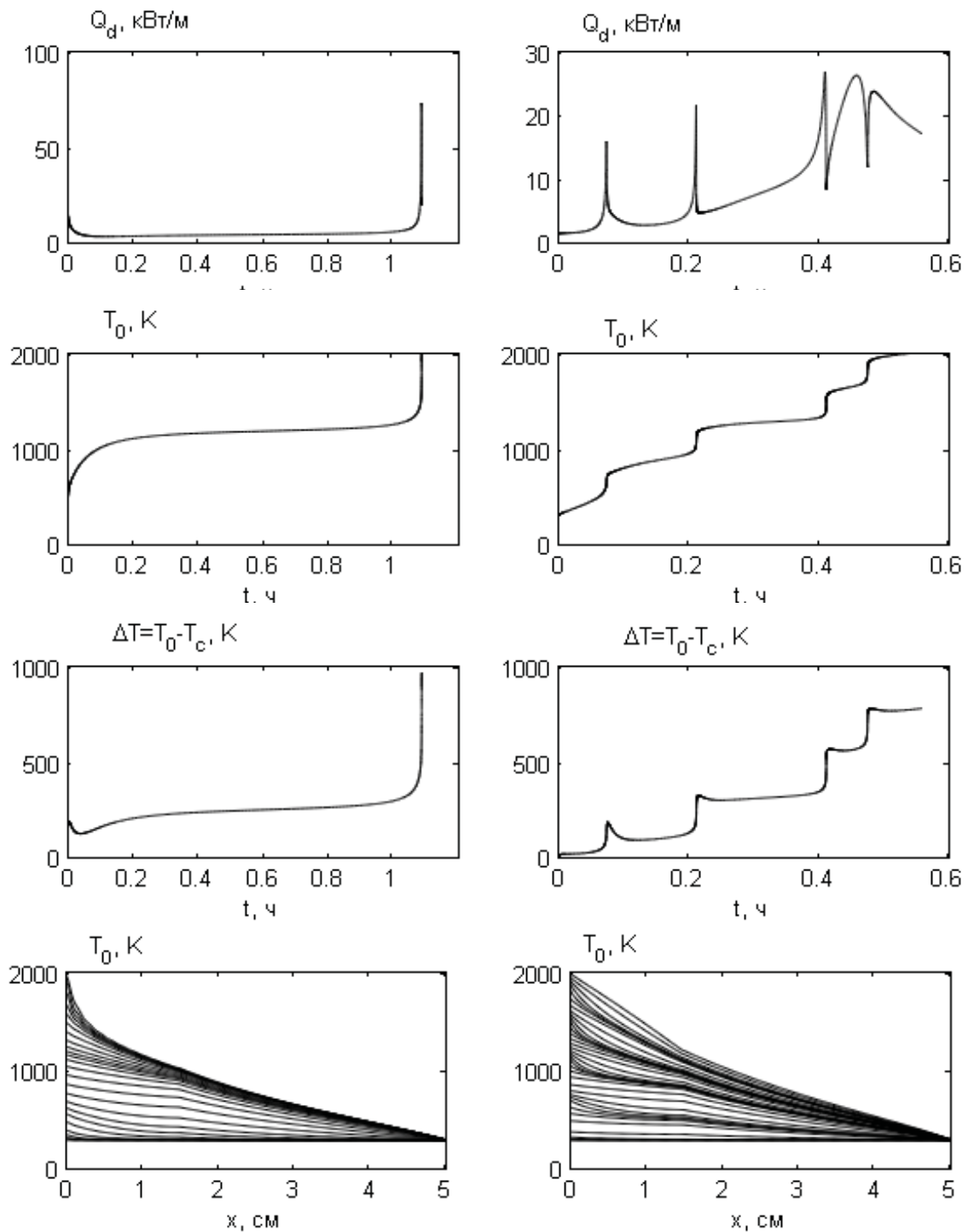


Рис. 5. Временное изменение тепловых характеристик керамического цилиндра с учетом теплового излучения с поверхности;  $f=30$  ГГц,  $Q_n=86$  кВт/м (слева) и  $100$  ГГц,  $Q_n=27$  кВт/м (справа).

предельное значение подводимой мощности, при которой характеристики нагрева стремятся к своим асимптотическим стационарным значениям равно  $Q_{\max} = 85,1$  кВт/м, что примерно в 20 раз больше значения для нагрева в отсутствие теплового излучения с поверхности цилиндра. В этой же пропорции находятся предельные значения подводимой мощности для частоты электромагнитного поля 100 ГГц (26,1 и 1,29 кВт/м).

На рис. 4 и 5 видно, что процесс микроволнового нагрева керамического цилиндра при постоянной подводимой мощности идет очень неравномерными темпами, на временной шкале имеются точки, вблизи которых поглощение микроволновой мощности скачком меняется на порядок на коротких интервалах времени, что сопровождается синхронным резким изменением температуры на несколько сотен градусов. В промежутках между всплесками максимальной температуры идет медленный нагрев керамики на больших масштабах времени. Точки всплеска соответствуют точкам максимумов в зависимости коэффициента поглощения от температуры. Перепад температуры  $T_0 - T_c$  на участках медленного нарастания остается практически постоян-

ным, за интервалами всплесков наблюдается некоторое уменьшение температурного перепада.

Распределение температуры по толщине цилиндра в процессе нагрева близко к линейному закону и нарушается только вблизи точек резонансного поглощения мощности микроволнового излучения, что оправдывает приведенную выше оценку температурного перепада (3).

#### *Литература*

1. *Kozlov P.V., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M.* Stationery thermal conditions the ceramic cylinder in the field of microwave radiation // *Strong Microwave in Plasmas. IAP.* – Nizhny Novgorod. – 2006. – V.2. – P. 709–714.
2. *Kozlov P.V., Rafatov I.R., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M.* On modelling of microwave heating of a ceramic material // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 2007. – Vol. 40. – P. 2927–2935.
3. Моделирование и технология получения керамики на основе кремния / Под ред. В.М. Левкина, О.Н. Каныгиной. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2008. – 222 с.
4. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.