

УДК 539.215; 539.374

ЭЛЕМЕНТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ В МЕХАНИКЕ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Я.И. Рудаев

Рассматриваются задачи конкретных реализаций методов синергетики для моделирования процессов сверхпластического течения, осадки горных пород и исследования устойчивости высотных плотин.

Ключевые слова: синергетика; сверхпластичность; теория и методы катастроф; повреждаемость; устойчивость; аттракторы; особые точки.

ELEMENTS OF NONLINEAR DYNAMICS IN MECHANICS MATERIALS

Ya.I. Rudaev

The article considers problems of concrete realization of methods synergetic for modeling processes a superplastic current, draft of rocks and a research of stability high-rise dams.

Keywords: synergetic; superplasticity; theory and methods of catastrophe; damageability; stability; attractors; special points.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию деформационного поведения материалов, которые можно рассматривать как незамкнутые неравновесные системы [1]. В качестве примера сошлемся на многофункциональные материалы, которым при деформации отвечает иерархия необратимых структурных состояний, характерная для систем, находящихся вдали от термодинамического равновесия. Для изучения закономерностей деформирования таких материалов оказывается неприемлемым квазистационарный подход, рассматривающий развитие сложной системы как смену одного устойчивого состояния другим с кратким периодом переходного процесса между ними. Это позволяет в соответствии с принципом локального равновесия характеризовать состояние незамкнутой неравновесной системы локальными термодинамическими потенциалами, зависимость которых от времени выражается через термодинамические параметры, для которых выполняются уравнения классической термодинамики.

Однако анализ реальной деформационной динамики показывает, что период неравновесного состояния может оказаться слишком длительным, чтобы им можно было пренебречь. Более того, иногда требуется поддерживать систему в неравновесном состоянии, управляя им. Поэтому квазистационарный подход эффективен до того мо-

мента, пока в силу некоторых причин характер стационарного состояния изменится кардинальным образом. Подобные изменения, называемые бифуркациями, принадлежат уже к области приложений методов нелинейного динамического анализа. Методология анализа нелинейных динамических систем оформилась в научное направление, называемое синергетикой [2, 3], которое нацелено на выявление общих принципов эволюции и самоорганизации сложных систем различной природы на основе построения и изучения нелинейных математических моделей.

В современной трактовке принято считать [4], что синергетика исследует возникновение упорядоченных (диссипативных) структур в открытых системах за счет взаимодействия с внешней средой. Как следствие, проблема необратимости и связанная с ней задача прогнозирования может быть поставлена.

В рамках детерминированного подхода, следуя [5], полагаем, что моделирование реальной физико-механической системы начинается с введения координат состояния η , называемых параметрами порядка. Очевидно, что математическая модель, описывающая закономерности высокотемпературной деформации в широком скоростном диапазоне, должна отражать динамику процесса. Поэтому логично отождествлять деформируемый материал с автономной динамической

системой, подчиняющейся кинетическому уравнению [5]

$$\frac{d\eta}{dt} = F(\eta, \beta), \quad (1)$$

где $F(\eta, \beta)$ – силовой фактор; β определяет семейство управляющих параметров; а η задает положение системы в пространстве кинематических и температурных переменных.

Уравнение (1), моделирующее автономную динамическую систему, можно упростить [5], если внешние силы принять консервативными, а ответственность за флуктуации возложить на управляющие параметры β . При этом вместо (1) можно записать

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\partial\Phi(\eta, \beta)}{\partial\eta} = F(\eta, \beta). \quad (2)$$

Здесь $\Phi(\eta, \beta)$ – «потенциальная» функция, а деформируемый материал отождествляется с градиентной динамической системой.

Вдали от равновесия градиентная динамическая система эволюционирует к некоторому стационарному состоянию, устанавливаемому из условия

$$\frac{\partial\Phi(\eta, \beta)}{\partial\eta} = 0. \quad (3)$$

В стационарных положениях смена состояний осуществляется за счет изменения управляющего параметра. Математически подобные смены описывает элементарная теория катастроф [5].

Сверхпластичность алюминиевых сплавов. Согласно [6] сверхпластичность рассматривается как особое состояние поликристаллического материала, пластически деформируемого при низком уровне напряжений с сохранением мелкозернистой структуры, полученной на предварительном этапе (структурная сверхпластичность) или сформировавшейся в процессе нагрева и деформации (динамическая сверхпластичность).

Внешне сверхпластичность неорганических материалов проявляется в форме аномального квазиоднородного удлинения при малых значениях напряжений пластического течения.

Структурная (микрозерненная) сверхпластичность реализуется [7–9] в определенных температурно-скоростных условиях в сплавах с исходным мелким зерном (1–10 мкм), причем аномальные деформации при растяжении объясняются преобладанием механизма зернограничного проскальзывания со сменой соседей зерен над другими формами массопереноса. Аналогичный механизм развивается и при динамической свехпла-

стичности, причем мелкое зерно формируется при нагреве и деформации в процессе динамической рекристаллизации, полиморфных и мартенситных превращений [10]. Например, эффект сверхпластичности промышленных алюминиевых сплавов обусловлен структурным переходом – динамической рекристаллизацией, выявленной сначала в опытах на сжатие [11], а затем и на растяжение [12]. Происходящие при динамической рекристаллизации структурные изменения заключаются в возникновении в переходных режимах равноосной микроструктуры с очень мелким зерном, размеры которого (1–10 мкм) приблизительно совпадают с размерами субзерен. Эффекты, описанные в [13], и формирование мелкозернистой структуры позволяют прогнозировать появление структуры, способствующей реализации характерного для сверхпластичности проскальзывания между зернами. Структурное состояние при этом является промежуточным между исходным деформированным и крупнозернистым рекристаллизованным. Следовательно, наличие нагрева и деформации в определенном сочетании при неизменном химическом составе меняет структурное состояние материалов [6]. По существу в меняющихся термических и кинематических условиях в деформированных алюминиевых сплавах может наблюдаться иерархия структурных состояний, характерная для систем, находящихся вдали от термодинамического равновесия, в связи с чем, полезным оказывается привлечение представлений о неравновесных фазовых переходах.

Впервые задача определения условий перехода промышленных алюминиевых сплавов в сверхпластическое состояние рассмотрена в [14]. Постановка указанной задачи основана на большом количестве экспериментальных данных, обобщенных в [6] и относящихся к сплавам АМг5, 1561, Д18Т, 1980, В95, АК4, АК6, АК8.

Экспериментальное изучение деформационного поведения группы промышленных алюминиевых сплавов в широких температурно-скоростных диапазонах заключается в исследовании уравнения состояния вида

$$\sigma = \sigma(\theta, \bar{\epsilon}, \dot{\epsilon}), \quad (4)$$

где σ – действительное напряжение; $\bar{\epsilon}, \dot{\epsilon}$ – соответственно степень и скорость деформации; θ – абсолютная температура.

На рисунке 1, а схематично представлены накопленные экспериментальные данные по зависимостям напряжения от температуры и скорости деформации. Выявлено существование термиче-

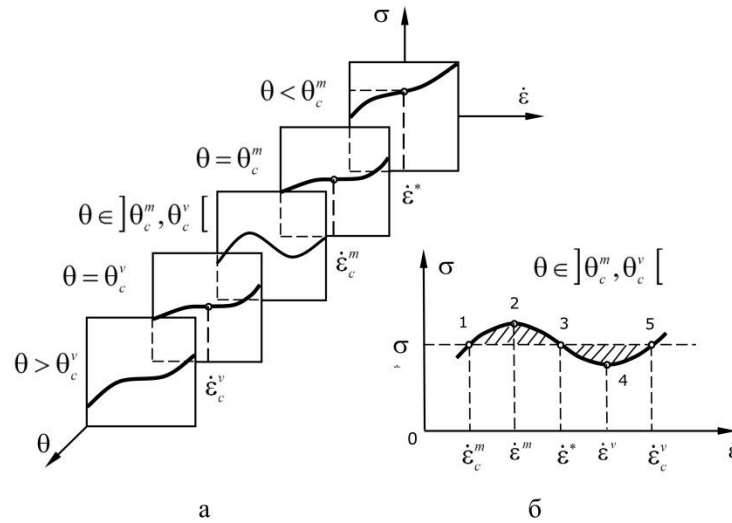


Рисунок 1 – Схематическое представление экспериментальных зависимостей «напряжение-скорость деформации» алюминиевых сплавов в различных температурных диапазонах (а); к условиям перехода алюминиевых сплавов в сверхпластическое состояние (б)

ских и скоростных диапазонов, в которых семейство изотерм «напряжение-скорость деформации» отклоняется от монотонного характера с появлением точек бифуркации. Ниспадающие ветви указанных изотерм принимаются соответствующими проявлениями сверхпластических свойств. Характерные признаки сверхпластичности – низкий уровень напряжений и высокая деформационная способность при растяжении отмечаются в упомянутых диапазонах. Установленная неустойчивость напряжения по отношению к скорости деформации имеет место в температурном интервале $\theta \in]\theta_c^m, \theta_c^v[$, причем θ_c^m, θ_c^v названы соответственно нижней и верхней критическими температурами (рисунок 1, а).

Классическое описание фазовых переходов предусматривает введение семейства потенциальных функций $\Phi(\eta, \beta)$, зависящих (2), (3) от параметров порядка η и управляющего параметра β . Из условия качественной идентичности экспериментальным данным выбираем потенциальную функцию в форме катастрофы сборки [5] с учетом влияния внешнего поля:

$$\Phi(\eta, \beta) = \frac{1}{4} m_0 \eta^4 + \frac{1}{2} \beta(\xi) \eta^2 - q \eta. \quad (5)$$

Здесь

$$q = \frac{\sigma}{\sigma^*} - 1; \quad \eta = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}^*} - 1; \quad \xi = \frac{\theta - \theta_c^m}{\theta_c^v - \theta_c^m}, \quad (6)$$

где $m_0 \sim \text{const}$, $\beta = \beta(\xi)$ – функция температуры.

Так стандартной редукцией (6) вводится связь описания процесса деформации с теорией катастроф, $\eta = \eta(\dot{\epsilon}, \theta)$ анализируется как коллективная мода.

Значения $\sigma^* = \sigma^*(\theta)$, $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\theta)$ отвечают точкам перегиба изотерм $\sigma \sim \dot{\epsilon}$ (рисунок 1, а) и рассматриваются как альтернативные внутренние параметры состояния. Укажем, что

$$\dot{\epsilon}_c^m = \dot{\epsilon}^*(\theta_c^m); \quad \dot{\epsilon}_c^v = \dot{\epsilon}^*(\theta_c^v). \quad (7)$$

Состоянию равновесия отвечает уравнение, полученное минимизацией (5) по параметру порядка

$$q = m_0 \eta^3 + \beta \eta. \quad (8)$$

Представление функции (5) как морсовской [14] позволяет утверждать, что при $\beta > 0$ ($\xi \notin]0, 1[$) изменений структурного характера в деформируемом материале не происходит. Условие $\beta < 0$ ($\xi \in]0, 1[$) соответствует структурно неустойчивому состоянию среды. В переходных состояниях имеют место равенства $\beta(0) = \beta(1) = 0$.

Значения параметров порядка и скоростей деформаций, ограничивающих область структурных изменений при $\xi \in]0, 1[$ будут равны (рисунок 1, б):

$$\eta_{1,2} = \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2}; \quad \dot{\epsilon}_c^{m,v} = \dot{\epsilon}^* \left[1 \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2} \right], \quad (9)$$

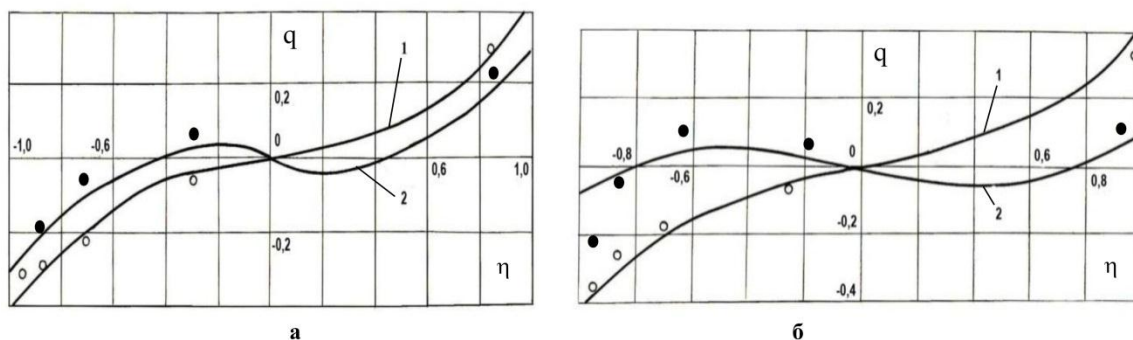


Рисунок 2 – Сопоставление теоретических (сплошные линии) и экспериментальных (○,●) данных при растяжении и сжатии образцов: а) сплава: АМг5 при: 1 (○) – $\theta = 713\text{ K}$; $m_0 = 0,3333$; $\beta = 0,1727$; 2 (●) – $\theta = 753\text{ K}$; $m_0 = 0,3333$; $\beta = -0,0335$; б) сплава АК4 при: 1 (○) – $\theta = 723\text{ K}$; $m_0 = 0,2428$; $\beta = 0,1733$; 2 (●) – $\theta = 783\text{ K}$; $m_0 = 0,2428$; $\beta = -0,1679$

а для диапазона проявления сверхпластических свойств получим:

$$\eta'_{1,2} = \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2}; \quad \dot{\varepsilon}^{lr} = \dot{\varepsilon}^* \left[1 \pm \left(-\frac{\beta}{m_0} \right)^{1/2} \right]. \quad (10)$$

Очевидно, что при деформации реализуется процесс самоорганизации через изменение управляющих параметров [2, 3]. Действительно, алюминиевые сплавы переходят из исходного состояния в рекристаллизованное через сильные структурные флуктуации, ответственность за описание которых возлагается на управляющий параметр β .

Отметим, что уравнение состояния (8) отвечает условиям перехода материала в сверхпластическое состояние, сформулированным в [14].

Поскольку управляющий параметр β введен не зависящим от времени, то для описания его эволюции можно привлечь кинетическое уравнение вида

$$\frac{d\beta}{dt} = \dot{\xi} f(\beta), \quad (11)$$

где $\dot{\xi}$ – скорость изменения нормированной температуры, а $f(\beta)$ будем считать функцией, характеризующей чувствительность материала к структурным превращениям. Для нее предложено выражение

$$f(\beta) = \frac{4(\mu - 1)}{\alpha(\mu + 1)} \left[\Gamma(\xi) - \frac{1}{2} \right], \quad (12)$$

причем α , μ – материальные константы, а функция $\Gamma(\xi)$ рассматривается как степень полноты фазового перехода

$$\Gamma(\xi) = (1 - \beta)^{-\alpha} \frac{1 + \mu}{2} \cdot \frac{2\xi - 1}{1 + \mu(2\xi - 1)^2} + \frac{1}{2}. \quad (13)$$

Для альтернативных внутренних параметров состояния предложены эволюционные уравнения вида

$$\frac{d \ln \sigma^*}{dt} = A_0 \exp[n(\beta - \beta_0)] \frac{d\beta}{dt}; \quad (14)$$

$$\frac{d \ln \dot{\varepsilon}^*}{dt} = B_0 \exp[n(\beta - \beta_0)] \frac{d\beta}{dt}, \quad (15)$$

где A_0 , B_0 , n – постоянные величины; β_0 – наименьшее значение управляющего параметра, отвечающее середине термического диапазона сверхпластичности ($\xi = 0,5$).

При сопоставлении теоретических и опытных данных ограничимся рассмотрением зависимостей $q \sim \eta$. Последнее вполне объяснимо, поскольку включает в себя управляющий и внутренние параметры, связанные с функцией чувствительности материала к структурным превращениям.

На рисунке 2 представлено в качестве примера сравнение расчетных (сплошные линии) и опытных данных для сплавов АМг5 и АК4.

Таким образом, предложена модель, связывающая напряжение, температуру и кинематические переменные для случаев простого растяжения и сжатия, включая диапазоны сверхпластичности. При этом уравнение состояния записано в конечной форме (8) и дополнено эволюционными уравнениями для управляющего параметра (11) и внутренних параметров состояния (14), (15). Указанные соотношения пригодны для описания закономерностей деформирования при наличии явного выражения функции чувствительности материала к структурным превращениям (12).

Деформация горных пород как неравновесный фазовый переход. Горные породы относятся к начально-неоднородным материалам и в стационарном состоянии, устойчивом относительно малых возмущений, могут быть интерпретированы как диссипативные структуры [1, 15]. В соответствии с известной классификацией пространственно-временных структур [15] горные породы на больших глубинах могут считаться автоструктурами – локализованными пространственными образованиями, устойчиво существующими в диссипативных неравновесных средах и не зависящими от изменения начальных и граничных условий. Именно поэтому процесс деформации и разрушения горных пород может рассматриваться как иерархия неустойчивостей, обусловленных самоорганизацией, реализуемой в системе, находящейся вдали от термодинамического равновесия.

В качестве исходной информации принимаются паспортные зависимости максимального касательного напряжения T и относительного изменения объема θ от максимального сдвига Γ , построенные на основании известных опытов на одноосное сжатие [16]. На рисунке 3 даны в схематичном и нормированном виде паспортные зависимости:

$$F = \frac{T}{T_e} - 1; \quad \eta = \frac{\Gamma}{\Gamma_c}; \quad \vartheta = \frac{\theta}{\theta_e}. \quad (16)$$

Здесь показано, что упругий участок диаграммы деформаций ($F \leq 0$; $\eta \leq \eta_e$) сменяется областью упрочнения, переходящей при $F \geq F_0$; $\eta \geq \eta_0$ в зону разупрочнения. После достижения критического сдвига ($\eta = 1$) наступает разрушение. Опытными данными установлено [16, 17], что вблизи предела прочности ($F = F_0$) изменение объема близко к нулю (материал несжимаем) [17]. Здесь же происходит смена знака объемной деформации, означающая активизацию дилатансионной составляющей деформации.

Пусть текущему напряженно-деформированному состоянию образца горной породы в условиях одноосного сжатия соответствует потенциальная функция [5] вида

$$\Phi = \Phi(F, \eta, \beta), \quad (17)$$

где β – параметр, ответственный за дефекты не только исходного состояния, но и появившиеся при нагружении.

В процессе деформирования горные породы испытывают ряд состояний, смена которых имеет место в критических точках. Так при $\eta = \eta_e$ (рисунок 3) наступает пластичность и формируется дис-

сипативная структура, которая при $\eta = \eta_0$ сменяется еще одной диссипативной структурой. По существу, в деформируемом материале возникают синергетические эффекты [2, 3].

Поскольку в процессе эксперимента на сжатие реализуется медленное внешнее воздействие, то отмеченные эффекты можно отнести к самоорганизации через управляющие параметры β .

Функцию (18) представим суперпозицией потенциала $V_p(F, \eta)$, ответственного за обратимые процессы, и возмущения $S(\eta, \beta)$. Имеем:

$$\Phi = V(F, \eta, \beta) = V_p(F, \eta) + S(\eta, \beta), \quad (18)$$

причем установлено, что

$$V_p = \frac{1}{2}(F_0 - F)\eta^2 + \frac{1}{3}\eta^3 + \dots \quad (19)$$

Для описания возмущения принимаем морсовское разложение [5]

$$S(\eta, \beta) = \beta_0\eta + \frac{1}{2}\beta_2\eta^2 + \frac{1}{3}\beta_3\eta^3 + \dots \quad (20)$$

Зависимость (20) путем соответствующей нелинейной замены может принять каноническую форму катастрофы [5]. Но такое преобразование приведет к сложной нелинейной связи между нормированным напряжением F и параметром β . Можно показать, что чувствительность параметра β к несовершенствам вполне определяется первым слагаемым разложения (20) и позволяет исключить все возмущения, кроме линейного.

С учетом сказанного для функции $\Phi(F, \eta, \beta)$ можем записать

$$\Phi(F, \eta, \beta) = \beta\eta + \frac{1}{2}(F_0 - F)\eta^2 + \frac{1}{3}\eta^3, \quad (21)$$

где $F_0 = F|_{\eta=\eta_0}$ (рисунок 3).

Равновесному состоянию отвечает уравнение

$$F = \frac{\beta}{\eta} + \eta + F_0, \quad (22)$$

причем $\beta = \beta_1$ ($\beta < 0$), $\eta \in (0, 1)$.

Уравнение (22) с позиций теории катастроф можно рассматривать как двумерное многообразие, включенное в пространство R^3 с координатными осями η , F , β . Состояния равновесия будут найдены для каждого $\beta = \text{const}$. Свойства устойчивости критических точек легко определяются – все точки левее $\eta = \eta_0$, $\eta \in (0, \eta_0)$ есть локально устойчивые критические точки, все точки $\eta \in (\eta_0, 1)$ – неустойчивые критические точки (рисунок 3).

Таким образом, получено уравнение состояния (22), устанавливающее связь между макси-

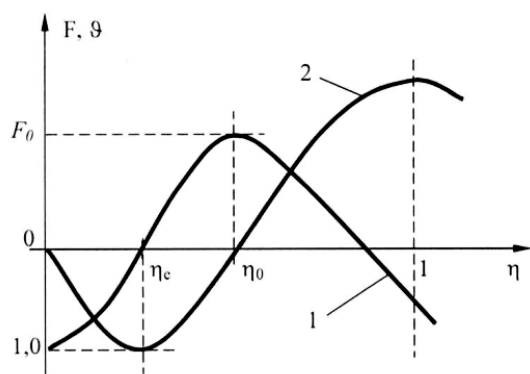


Рисунок 3 – График закономерностей деформирования горных пород

малыми касательными напряжениями F и сдвиговой деформацией η . В уравнение (22) входит управляющий параметр β , названный [5] параметром несовершенства.

В [18] впервые введено представление о повреждаемости материала в процессе деформации и его характеристика – параметр повреждаемости ω . Удобным представляется связать между собой параметры β и ω , полагая параметр ω ответственным за текущее структурное состояние геоматериала. При этом эволюция параметра повреждаемости в рамках неравновесной статистической механики описывается с привлечением уравнения Фоккера-Планка [19] в форме

$$\frac{d \ln \omega}{dt} = -\frac{2}{\lambda} (a\eta + b\eta^3) \frac{d\eta}{dt}, \quad (23)$$

где λ – коэффициент диффузии, принимаемый для горных пород постоянным; a и b – константы, подлежащие определению.

Зависимость между параметрами β и ω будет иметь вид

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_e) \exp[-(\omega - \omega_e)^{1-n}], \quad (24)$$

где $\beta(\omega_e) = -\beta_e(F_0 + \eta_e)$, причем $\omega = \omega_e$ – значение параметра повреждаемости на пределе упругости; n – постоянная материала.

Таким образом, сформулирована модель, включающая уравнение состояния (22) и дополненная кинетическим уравнением для параметра повреждаемости (23) и условием (24), связывающим повреждаемость с несовершенствами при установлении четырех констант, значение которых для некоторых горных пород [16] приведены в таблице 1.

Результаты сопоставления экспериментальных и теоретических исследований показаны на графиках (рисунок 4). Здесь точками отмечены

экспериментальные значения параметра несовершенства β в зависимости от деформации η , полученные из сравнения диаграмм «напряжение-деформация» [16] и найденные из уравнения состояния (22). Сплошные линии соответствуют теоретическим значениям β , установленным по формуле (22).

Таблица 1 – Значение констант для некоторых горных пород

| Горная порода | m | $b/2\lambda$ | A | n |
|--------------------|-------|--------------|-------|--------|
| Песчаник НВО | 0,098 | 225,3 | 1,046 | -2,64 |
| Песчаник ВО | 0,131 | 99,792 | 5,525 | -2,81 |
| Кослганский мрамор | 0,139 | 96,349 | 1,132 | -3,089 |
| Биотитовый гранит | 0,113 | 159,36 | 1,082 | -2,17 |

Моделирование сейсмостойчивости плотины Токтогульской ГЭС. Гидротехнические сооружения, возводимые в сейсмических районах, являются чрезвычайно дорогостоящими объектами, даже частичное повреждение которых может привести к прорыву водохранилища и почти мгновенному затоплению населенных пунктов, промышленных предприятий и сельскохозяйственных угодий. Наличие сейсмических воздействий, нагрузок от инерционных сил, обусловленных индуцированной сейсмичностью, позволяет рассматривать массивные объекты типа плотин как динамические системы. При абстрагировании от конкретной физико-механической природы подобных объектов последние отождествлены с динамическими системами, если возможно указать набор величин, называемых динамическими переменными и характеризующих состояние системы [18].

Предваряя формулировку модели, остановимся на известном разделении динамических систем на консервативные и диссипативные [1]. В развитии теории диссипативных систем определенная роль принадлежит теории динамического хаоса. Хаотические режимы чувствительны к начальным условиям, а любая неточность в их задании оборачивается непредсказуемостью в поведении системы. Результаты вычислительных экспериментов при этом подтвердили [19] фундаментальный вывод о том, что динамический хаос может иметь место только в нелинейных системах. Так была установлена возможность перехода от регулярного движения к стохастическому, из-за появляющихся в опреде-

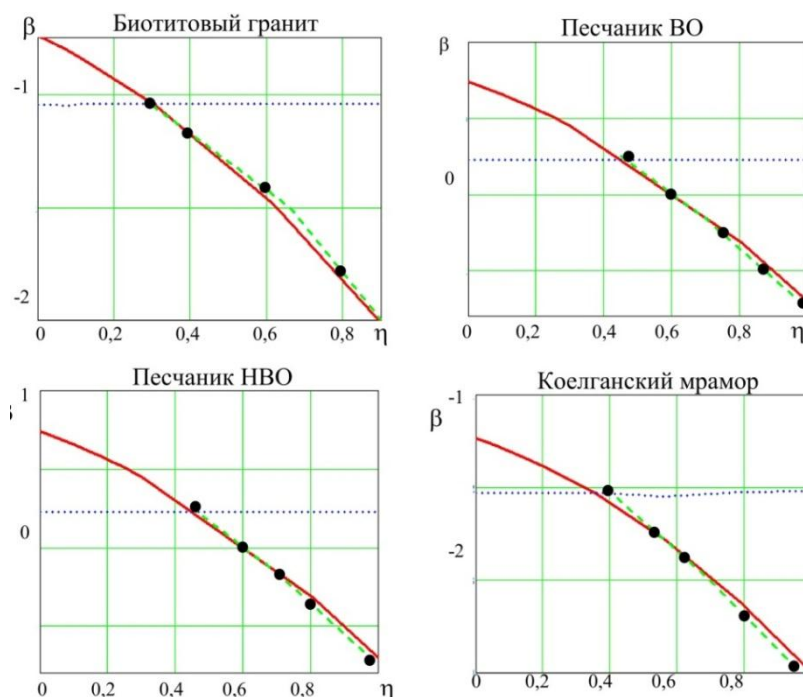


Рисунок 4 – Сопоставление экспериментальных и теоретических данных

ленных случаях неустойчивости фазовых траекторий (портретов).

Введем в рассмотрение фазовые траектории, поведение которых определяется уравнениями

$$\frac{d\Delta v}{dt} = f_1(\Delta v); \quad \frac{d\Delta u}{dt} = f_2(\Delta u) \quad (25)$$

при начальных условиях:

$$\Delta v(0) = \Delta v_0; \quad \Delta u(0) = \Delta u_0, \quad (26)$$

полагая, что Δv , Δu соответственно приращения вертикальных и горизонтальных перемещений.

Для уравнений (25), (26) сформулирована математическая модель [20], пригодная для исследования пофрагментарного (тело плиты разбитого на семь фрагментов) кинематического состояния массивного тела.

Качественное исследование модели (25), (26) произведено при произвольно заданном начальном условии $\Delta v(0) = 1$. На рисунке 5 представлена картина поведения фазовых траекторий, причем особая точка $(1,0; 0,0)$ рассматривается как устойчивый узел. Укажем, что исходная информация соответствует приращениям вертикальных перемещений на отметке 710 м.

Введем величину B , которую назовем параметром вырастания скорости приращения перемещений. Положив $B = 0,5$, переходим к особой

точке с координатами $(1,0; 0,5)$ (рисунок 6). Эта точка отвечает становлению процесса хаотизации в форме мягкой потери устойчивости положения равновесия (бифуркации Хопфа) [21]. Дальнейшее увеличение приращений скорости перемещений (рисунки 7–10) приводит к формированию устойчивого цикла (рисунок 10). Отметим, что представленные на рисунке 6–10 зависимости позволяют проследить эволюцию бифуркационных режимов, в которой реализован сценарий перехода от простых упорядоченных режимов, которым отвечают особые точки или предельные циклы к хаотическому поведению в диссипативных системах и формированию «странных» аттракторов (рисунок 11). Заметим, что аттракторы (рисунки 5–10) являются устойчивыми траекториями. Аттрактор (рисунок 11) соответствует проявлению физического явления, называемого [4] необратимым динамическим хаосом.

Модель (25), (26) апробирована на всех семи фрагментах плотины.

Как уже отмечалось, одной из отличительных черт динамического хаоса считается чувствительность к начальным условиям. С этим связаны неточности в прогнозировании дальнейшего поведения системы. И, тем не менее, попытки получить

B = 0

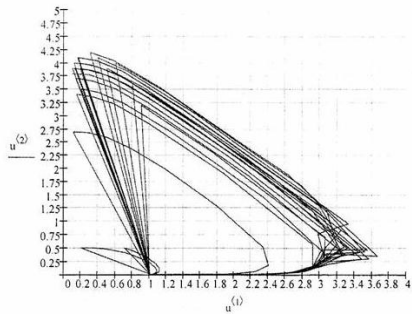


Рисунок 5

B = 0.5

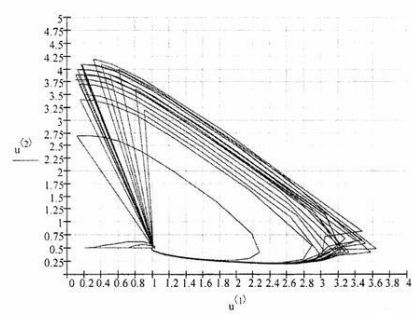


Рисунок 6

B=1.0

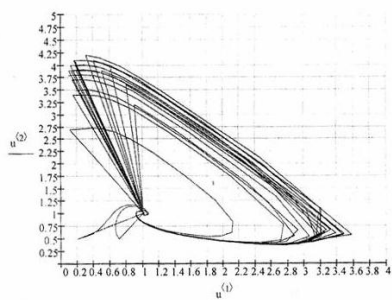


Рисунок 7

B=1.5

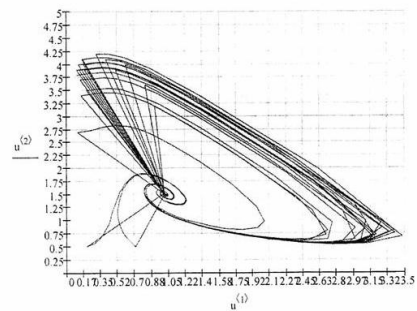


Рисунок 8

B=2.0

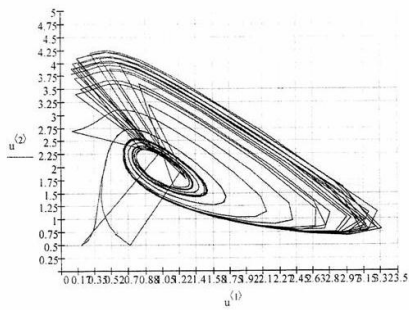


Рисунок 9

B=2.5

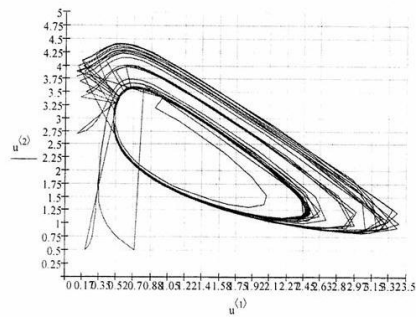


Рисунок 10

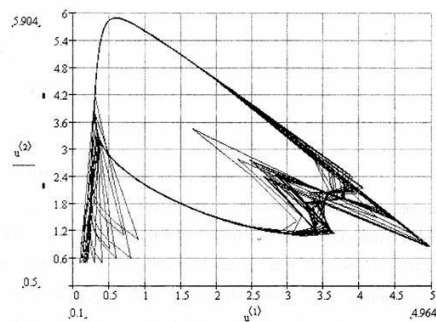


Рисунок 11

прогнозы будущего на основании ряда известных данных ищут своего решения.

В качестве примера построения прогноза поведения плотины Токтогульской ГЭС рассмотрим вариант, основанный на анализе временных рядов. При этом по изменению в ходе процесса одной переменной – вертикального или горизонтального приращения перемещений – выносятся суждения о кривых в фазовом пространстве с переходом в хаотический аттрактор. Реконструкция этого аттрактора до определенной временной точки позволяет экстраполировать полученные данные для составления более или менее точного прогноза.

Рассмотрим задачу пофрагментарного прогнозирования приращений горизонтальных перемещений в теле плотины Токтогульской ГЭС с выполнением следующих пунктов:

- вводятся данные горизонтальных перемещений в виде выборки для десяти дней каждого месяца;
- выборки аппроксимируются кубическим сплайном с вычислением коэффициентов Фурье;
- в графическом и расчетном вариантах представляются данные статистики и прогнозируемых значений приращений перемещений.

Следующие пункты алгоритма относятся к сопоставлению прогнозируемых данных с реальными и включают:

- графический вариант сравнения аппроксимаций Фурье с данными приращений перемещений;
- вычисление средних значений по каждому месяцу и общее среднее значение;
- определение среднего значения приращений перемещений для прогнозируемого месяца;
- сравнение действительных приращений перемещений с прогнозируемыми;
- установление процента расхождения действительных и прогнозируемых значений приращений перемещений.

Конкретные вычисления ограничены прогнозированием средних приращений горизонтальных перемещений для шестого месяца (июнь 2005 г.) по данным предыдущих пяти месяцев. Расхождение значений приращения перемещений с реальным по семи фрагментам составляет:

| | | | | | | | |
|---------------|-------|------|------|-------|-------|--------|--------|
| Отметка, м | 710 | 730 | 744 | 786 | 805 | 825 | 860 |
| % расхождения | 4,538 | 8,59 | 2,78 | 3,678 | 3,019 | 11,665 | 12,657 |

В заключение отметим, что в рамках нелинейного динамического подхода предложена кинематическая модель тела плотины Токтогульской ГЭС, позволившая получить эволюцию фазовых портретов от установившихся режимов до возникновения хаотических состояний, соответствующих потере устойчивости равновесия (странные аттракторы).

На основании динамической модели разработан подход к прогнозированию механического поведения плотины.

Выводы. Рассмотрены некоторые прикладные проблемы современной нелинейной динамики. Принципиальные трудности, с которыми столкнулся этот междисциплинарный подход, потребовали новой парадигмы в форме диссипативных структур и динамического хаоса. Получены результаты, касающиеся математического моделирования нелинейных явлений и анализа временных рядов.

Литература

1. Пригожин И. Порядок из хаоса / И. Пригожин, И. Стенгерс. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 212 с.
2. Хакен Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. М.: Мир, 1985. 405 с.
3. Хакен Г. Информатизация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам / Г. Хакен. М.: ЛЕНАНД, 2014. 320 с.
4. Хайтун С.Д. Механика и необратимость / С.Д. Хайтун. М.: Янус, 1996. 448 с.
5. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Ч. I / Р. Гилмор. М.: Мир, 1984. 285 с.
6. Рудской А.И. Механика динамической сверхпластичности алюминиевых сплавов / А.И. Рудской, Я.И. Рудаев. СПб.: Наука, 2009. 217 с.
7. Pearson C.B. The viscous properties of extruded eutectic alloys of lead-tin and bithmus-tin / C.B. Pearson // I. Jnst. Metals. 1934. Vol. 54. P. 111–123.
8. Бочвар А.А. Явление сверхпластичности в сплавах цинка с алюминием / А.А. Бочвар, З.А. Свидерская // Изв. АН СССР, ОТН. 1945. № 9. С. 821–824.
9. Чумаченко Е.Н. Сверхпластичность: материалы, теория, технологии / Е.Н. Чумаченко, О.М. Смирнов, М.А. Цпин. М.: ДомКнига, 2005. 320 с.
10. Гуляев А.П. Сверхпластичность стали / А.П. Гуляев. М.: Металлургия, 1982. 56 с.

11. *Вайнблат Ю.М.* Динамическая рекристаллизация алюминиевых сплавов / Ю.М. Вайнблат, Н.А. Шаршагин // Цветные металлы. 1984. С. 67–70.
12. *Золоторевский Ю.С.* Сверхпластичность некоторых алюминиевых сплавов / Ю.С. Золоторевский, В.А. Паняев, Я.И. Рудаев и др. // Судостроительная промышленность. Сер. Материаловедение. 1990. Вып. 16. С. 21–26.
13. *Кайбышев О.А.* Границы зерен и свойства металлов / О.А. Кайбышев, Р.З. Валиев. М.: Металлургия, 1967. 214 с.
14. *Рудаев Я.И.* О фазовых переходах в сверхпластичности / Я.И. Рудаев // Проблемы прочности. 1990. №10. С. 50–54.
15. *Китаева Д.А.* О приложениях методов нелинейной динамики в механике материалов / Д.А. Китаева, Ш.Т. Пазылов, Я.И. Рудаев // Математическое моделирование систем и процессов. 2007. №15. С. 46–70.
16. *Ставрогин А.Н.* Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, Я.Г. Протосеня. М.: Недра, 1985. 271 с.
17. *Комарцов Н.М.* Концепция скольжения в механике горных пород / Н.М. Комарцов, Т.А. Лужанская, Б.А. Рычков // Учен. зап. Казан. ун-та. Серия Физ.-математ. науки. 2015. Т.157. Кн. 3. С. 54–58.
18. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос / С.П. Кузнецов. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
19. *Синай Я.Г.* К обоснованию эргодической гипотезы для одной динамической системы стохастической механики / Я.Г. Синай // ДАН СССР. 1963. Т.153. С. 167–192.
20. *Довгань В.И.* К моделированию индуцированной сейсмичности массивных конструкций / В.И. Довгань, А.А. Землянский, Я.И. Рудаев // Тез. докл. IX Всерос. съезда по теоретической и прикладной механике. Н.Новгород, 2006. Т. III. С. 85.
21. *Арнольд В.И.* Теория катастроф / В.И. Арнольд. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 256 с.